

GUIDES MICRO – ONDES.....	2
I. INTRODUCTION	2
II. GUIDE PLAN.....	2
II.1 – Modes de propagation.....	2
II.2 – Polarisation des modes.....	3
II.3 – Exemple des modes TM_n	4
II.4 – Relation de dispersion – Fréquence de coupure	5
II.5 – Vitesse de phase – vitesse de groupe	8
II.6 – Représentation des champs	8
II.7 – Impédance d’onde.....	10
II.8 - Atténuation	10

GUIDES MICRO – ONDES

I. INTRODUCTION

Le guide d'onde est une appellation générique donnée à une structure qui permet de guider les ondes suivant un trajet défini entre des éléments conducteurs (domaine micro – ondes) ou diélectriques (domaine optique). Dans la direction transverse à la direction de propagation les champs sont confinés par des parois réfléchissantes, alors qu'ils se propagent librement, comme dans le vide ou un diélectrique dans la direction de propagation.

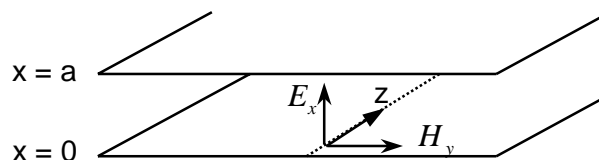
Dans le domaine micro-ondes les guides utilisent la réflexion de l'onde sur des parois conductrices et le système guidant forme une ligne de transmission qui permet de transporter un signal d'un point à un autre. Aux fréquences optiques on utilise des structures analogues à base de matériaux diélectriques, l'onde étant alors réfléchie sans atténuation par réflexion totale.

Les guides micro-ondes sont utilisés pour transporter le signal sur des distances relativement courtes. Les principales structures seront décrites dans la suite de ce chapitre. L'étude théorique de ces structures conduit souvent à des calculs longs et difficiles. Nous commencerons donc par établir un certain nombre de propriétés générales à tous les guides d'ondes en étudiant le cas simple (mais peu réaliste) du guide plan.

II. GUIDE PLAN

II.1 – Modes de propagation

La structure la plus simple (mais non réaliste) de guide d'onde est constituée de deux plaques conductrices parallèles, représentée sur la figure suivante. Les conditions aux limites imposent que le champ électrique soit normal aux plaques en $x = 0$ et en $x = a$.



L'onde plane de composantes E_x/H_y (ou E_x et H_y sont indépendantes de x) satisfait à ces conditions dès lors qu'elle se propage parallèlement aux plaques selon :

(6.1)

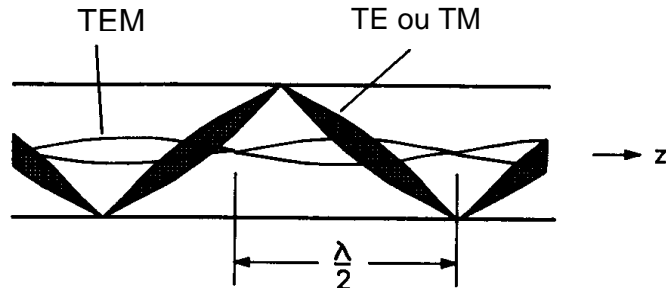
$$H_y = \frac{E_0}{Z_0} \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.2)$$

$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ est la constante de propagation dans le vide et Z_0 l'impédance du vide.

De manière intuitive, on voit que :

- L'onde E_x/H_y peut être une solution de l'équation d'onde dans un guide parallèle,
- alors que l'autre solution d'onde plane de polarisation orthogonale (E_y/H_x), ne pourra pas se propager dans le guide, le champ E_y étant tangentiel aux parois.

Un mode désigne une onde qui se propage dans un guide. A l'inverse de l'onde plane en espace libre, il peut exister de nombreux modes qui se propagent dans un guide d'onde à la même fréquence. Chaque mode présente une configuration propre des champs électrique et magnétique et dans un guide parfait, les différents modes ne peuvent pas interagir entre eux.



La figure précédente montre schématiquement le trajet des « rayons » pour un mode donné à l'intérieur d'un guide plan. Ce trajet est constitué d'une succession de ligne brisées (parcours en zigzag) dans le plan xOz , **ou plan d'incidence**, l'onde étant réfléchi sur les plans conducteurs situés en $x = 0$ et $x = a$. Il faudra pour chaque mode que la composante tangentielle du champ électrique soit nulle à la surface du conducteur.

Cette condition aux limites à la surface des conducteurs, peut être assurée pour deux ensembles de modes de polarisation rectiligne (la direction de polarisation est définie par rapport au plan d'incidence xOz).

Guide diélectrique : Un système constitué d'une couche diélectrique d'épaisseur d , d'indice de réfraction n_1 , séparée de deux milieux diélectriques d'indices $n_2 < n_1$ par des dioptrés plans constitue un guide d'onde optique. Les différents modes se propagent de la même manière que dans un guide plan micro-ondes (les conditions aux limites sont par contre un peu plus compliquées). L'onde étant totalement réfléchi (phénomène de réflexion totale), l'atténuation est beaucoup plus faible que dans le domaine micro-ondes.

II.2 – Polarisation des modes

On obtient l'expression des champs dans le guide d'onde en suivant la méthode déjà utilisée dans le cas d'une onde plane en espace libre.

Développons les deux premières équations de Maxwell en remarquant que dans un guide plan les conditions sont modifiées par rapport à l'onde se propageant en espace libre (nous

avons alors posé : $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$) :

- L'onde est confinée dans la direction Ox , de sorte que $\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$.
- Les champs ne dépendent pas de y , le guide s'étend à l'infini dans cette direction : $\frac{\partial}{\partial y} = 0$
- Pour une onde harmonique se propageant vers les z croissants, les champs varient selon $\exp(-j\beta z)$. On obtient la dérivée par rapport à z d'un champ en multipliant sa valeur par $-j\beta$, où la constante de propagation β devra être déterminée par les conditions aux limites.

Première équation de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \Rightarrow j\beta E_y = -j\omega\mu_0 H_x \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \Rightarrow -j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} - j\omega\mu_0 H_z \quad (6.5)$$

La deuxième équation donne (on pose $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y \Rightarrow j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y \Rightarrow -j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z \Rightarrow \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_z \quad (6.8)$$

En examinant ces équations, on remarque qu'il existe deux types de solutions indépendantes :

1. Modes Transverse Magnétique : Les équations (6.4), (6.6) et (6.8) relient entre elles les composantes H_y , E_x et E_z .

Le champ magnétique H_y est perpendiculaire au plan d'incidence, il ne possède pas de composante H_z dans la direction de propagation. Le champ magnétique est purement transverse, alors que le champ électrique qui est parallèle au plan d'incidence possède une composante E_z , pour cette raison le mode est dit transverse magnétique (ou TM).

2. Modes Transverse Electrique : Les équations (6.3), (6.5) et (6.7) relient entre elles les composantes E_y , H_x et H_z . Le champ électrique E_y est perpendiculaire au plan d'incidence. Le champ magnétique parallèle à ce dernier possède donc une composante H_x et une composante H_z .

II.3 – Exemple des modes TM_n

Le champ électrique possède deux composantes E_x et E_z . L'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 E_i}{dx^2} + \frac{\partial^2 E_i}{dy^2} + \frac{\partial^2 E_i}{dz^2} = -\omega^2 \varepsilon \mu E_i \quad i = x, y, z \quad (6.9)$$

peut être résolue simplement pour la composante E_x :

$$\frac{\partial^2 E_x}{dx^2} + \frac{\partial^2 E_x}{dz^2} + \omega^2 \varepsilon \mu_0 E_x = 0 \quad (6.10)$$

soit :

$$\frac{\partial^2 E_x}{dx^2} + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) E_x = 0 \quad (6.11)$$

Posons :
$$\kappa^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 - \beta^2 = \epsilon_r \left(\omega/c \right)^2 - \beta^2 = \epsilon_r k_0^2 - \beta^2 \quad (6.12)$$

Où $k_0 = \omega/c$ est le module du vecteur d'onde dans le vide.

Si $\epsilon_r k_0^2 > \beta^2 \Rightarrow \kappa^2 > 0$, la solution de l'équation (6.11) est sinusoïdale. Ecrivons là :

$$E_x = A \cos(\kappa x) + B \sin(\kappa x) \quad (6.13)$$

Déterminons les constantes A, B et k d'après les conditions aux limites qui imposent que la composante tangentielle du champ électrique (E_z) soit nulle en $x = 0$ et $x = a$.

En combinant les relations (6.6) et (6.8) on obtient l'expression de E_z :

$$E_z = \frac{1}{j\beta} \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\kappa}{j\beta} [-A \sin(\kappa x) + B \cos(\kappa x)] \quad (6.14)$$

La première condition ($E_z = 0$ en $x = 0$) impose $B = 0$. L'expression (6.13) de la composante E_x se simplifie pour donner :

$$E_x = A \cos(\kappa x) \quad (6.15)$$

La seconde condition en $x = a$ conduit à :

$$0 = -\frac{\kappa A}{j\beta} \sin(\kappa a) \quad (6.16)$$

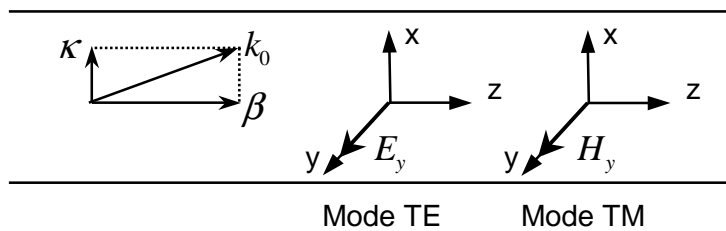
Cette équation est satisfaite pour :

$$\kappa a = n\pi \quad (6.17)$$

où n est un entier positif ou nul, dont chaque valeur est associée à un mode TM : Ces modes sont donc désignés par TM_n .

II.4 – Relation de dispersion – Fréquence de coupure

L'étude des modes TE, où le champ électrique ne possède qu'une composante E_y , conduit de la même façon à l'existence d'une famille de modes TE_n .



On vérifiera à titre d'exercice que les modes TE_n vérifient également la relation fondamentale (6.12), appelée **relation de dispersion**.

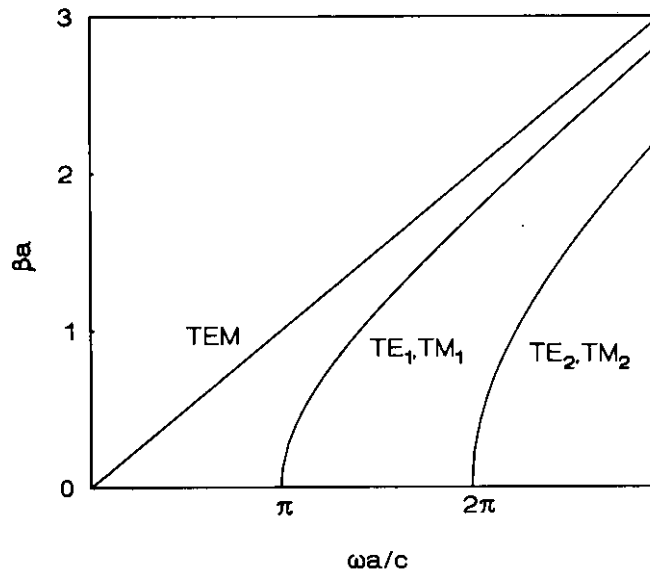
La valeur de κ étant déterminée par la valeur de l'entier n, on obtient la relation suivante entre β et ω :

$$\beta^2 = \epsilon_r \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \quad (6.18)$$

ou encore en coordonnées réduites :

$$(\beta a)^2 = \epsilon_r \left(\frac{\omega a}{c} \right)^2 - (n\pi)^2 \quad (6.19)$$

Cette dernière relation est représentée graphiquement sur la figure suivante dans le cas $\epsilon_r = 1$, pour les premiers modes ($n = 0, 1$ et 2).



Mode fondamental ou TEM : Pour $n = 0$, κ est nulle d'après (6.17). L'onde se propage parallèlement à l'axe du guide à toutes les fréquences. Il s'agit du mode TM₀, également appelé mode TEM (Mode Transverse Electromagnétique)  voqu  au premier paragraphe. La constante de propagation $\beta = \frac{\omega}{c}$ est égale à celle de l'onde plane dans l'air. Ce mode peut se propager à toutes les fréquences jusqu'à la fréquence nulle.

Le mode TE₀ dont le champ électrique serait tangent aux parois ne peut exister : le premier mode TE est donc le TE₁.

Modes TE_n et TM_n : Les modes cessent de se propager au dessous d'une fréquence ν_c (telle que $\omega_c = 2\pi\nu_c$) appelée **fréquence de coupure**, pour laquelle $\beta = 0$. Cette fréquence qui dépend de l'entier n , vaut d'après (6.18) :

$$\frac{\omega_c}{c} = \frac{n\pi}{a\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{soit : } \nu_c = \frac{nc}{2a\sqrt{\epsilon_r}} \quad (6.20)$$

On définit la longueur d'onde de coupure λ_c :

$$\lambda_c = \frac{c}{\nu_c} = \frac{2a\sqrt{\epsilon_r}}{n} \quad (6.21)$$

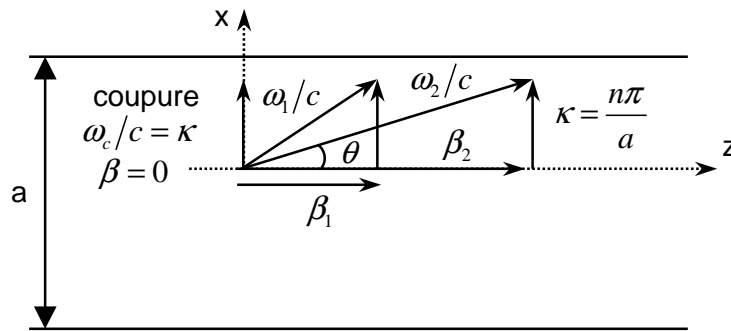
Avec $\epsilon_r = 1$, il vient pour les modes TE₁ et TM₁ ($n = 1$) : $\frac{\omega_c}{c} a = \pi$.

Pour les modes TE₂ et TM₂ ($n = 2$) : $\frac{\omega_c}{c} a = 2\pi$

Les modes TE_n et TM_n ont la même fréquence de coupure : on dit qu'ils sont dégénérés. Un mode particulier n est caractérisé à toutes les fréquences par une valeur constante de κ . La relation de dispersion (6.18) donne les projections du vecteur d'onde $k = \omega/c$ dans deux directions perpendiculaires :

- Dans l'axe du guide Oz : $\beta = k \cos(\theta)$ (6.22)

- Dans la direction transversale aux plaques Ox : $\kappa = k \sin(\theta)$ (6.23)

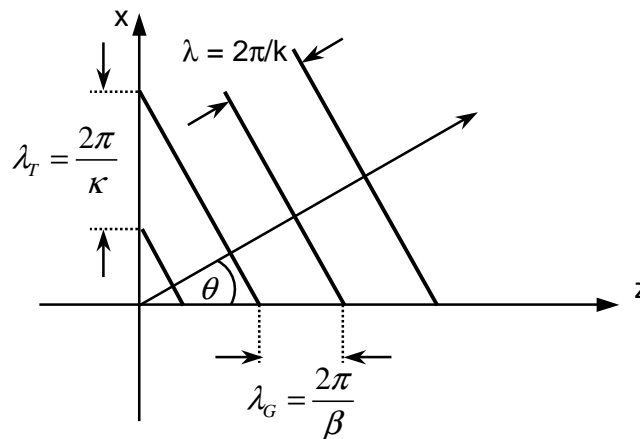


Le graphique précédent montre que l'inclinaison θ des rayons sur l'axe Oz d'un mode n donné se modifie en fonction de ω (ici $\omega_2 > \omega_1$ et $\beta_2 > \beta_1$). Lorsque la pulsation (ou la fréquence) $\omega \rightarrow \infty$, on voit que $\theta \rightarrow 0$. Tous les modes peuvent se propager à très haute fréquence.

L'angle θ augmente lorsque la fréquence diminue. A la fréquence de coupure $\theta = \frac{\pi}{2}$, l'onde oscille perpendiculairement aux plaques : la propagation cesse.

La figure suivante donne une autre interprétation de la relation de dispersion à partir de la longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, qui représente la distance entre deux plans déphasés de 2π .

Différents plans d'ondes équidistants sont représentés par des lignes obliques, perpendiculaires à la direction de propagation qui fait un angle θ avec l'axe Oz.



Longueur d'onde de guide λ_G : Les plans d'ondes coupent l'axe Oz sous incidence oblique. la distance entre ces plans, mesurée le long de Oz est, compte tenu de la relation $\beta = k \cos \theta$:

$$\lambda_G = \frac{\lambda}{\cos \theta} = \frac{2\pi}{k \cos \theta} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (6.24)$$

En introduisant un obstacle dans le guide, il est possible de créer un système d'ondes stationnaires. En déplaçant une sonde (petite antenne) dans le guide, on mesurera $\lambda_G/2$ entre deux maximums (ou deux minimums) successifs du champ.

Longueur d'onde transversale : De la même manière, la distance entre deux plans d'ondes, mesurée le long de la direction transversale Ox vaut d'après la valeur de κ donnée par (6.17) :

$$\lambda_T = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{2\pi}{k \sin \theta} = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2a}{n} \quad (6.25)$$

Pour un mode donné, cette valeur est la même à toutes les fréquences. Supposons que la fréquence ν augmente, la longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ diminue. L'angle θ diminue également, de sorte que λ_T reste constante. Les relations (6.25) et (6.21) montrent que $\lambda_T = \lambda_c$.

- Pour les modes TE_1 et TM_1 ($n = 1$) donc $a = \lambda_c/2$: il y a exactement une demi longueur d'onde entre les deux parois.
- Pour les modes TE_2 et TM_2 ($n = 2$), $a = \lambda_c$ (une longueur d'onde entre les parois).
- D'une manière générale on vérifie la relation (condition de BRAGG) :

$$a = n \frac{\lambda_c}{2} \quad (6.26)$$

Un mode guidé est équivalent à une onde progressive dans la direction Oz et à une onde stationnaire dans la direction transversale.

II.5 – Vitesse de phase – vitesse de groupe

Vitesse de phase : La longueur d'onde de guide λ_c , s'introduit du fait que les plans d'ondes interceptent l'axe Oz du guide sous une incidence oblique (à la manière des vagues qui glissent le long d'une jetée oblique). Le long de l'axe Oz la distance qui sépare deux plans déphasés de 2π est supérieure à λ (voir la figure précédente). La vitesse de variation de la phase, ou vitesse de phase v_ϕ dans l'axe du guide est supérieure à la vitesse de phase le long d'un « rayon ». Elle vaut :

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} \quad (6.27)$$

Reportons l'expression de $\omega_c = 2\pi\nu_c$ dans l'équation de dispersion, de façon à exprimer β en fonction de la fréquence :

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - (\nu_c/\nu)^2} \quad (6.28)$$

On en déduit :

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (6.29)$$

Pour $\omega > \omega_c$, il vient $v_\phi > c$. La vitesse de phase est toujours plus grande que la vitesse de la lumière et tend vers l'infini à la fréquence de coupure pour $\omega = \omega_c$.

Vitesse de groupe : On montre que la vitesse de propagation de l'énergie le long du guide est donnée par la vitesse de groupe :

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c \sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2} \quad (6.30)$$

A la coupure, l'énergie ne se propageant pas le long du guide $v_g = 0$. Pour $\omega > \omega_c$ la vitesse de groupe augmente et tend vers c à très haute fréquence.

II.6 – Représentation des champs

Modes TM : Les composantes du champ électrique des modes TM sont donnés par les relations (6.14) et (6.15), qui s'écrivent en réintroduisant les variations spatio-temporelles :

$$E_x = A \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.31)$$

$$E_z = \frac{j\kappa A}{\beta} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.32)$$

La composante du champ magnétique H_z se déduit de la relation (6.6) :

$$H_y = \frac{\omega\epsilon_0 A}{\beta} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.33)$$

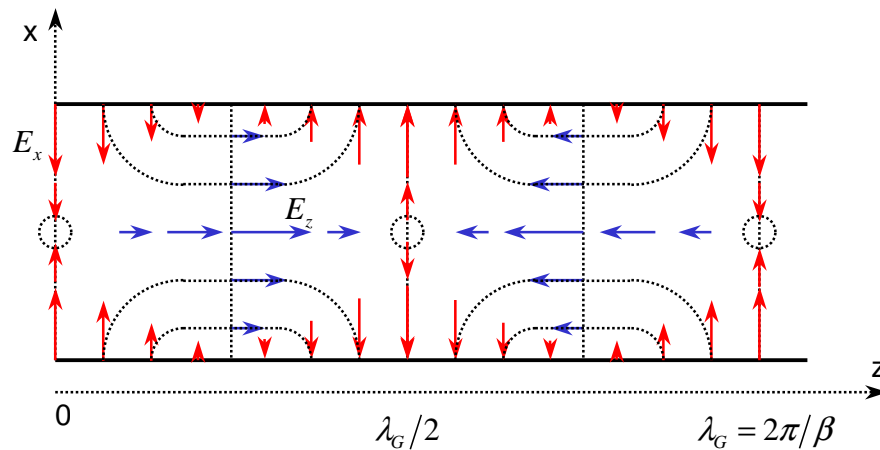
Etudions l'allure du champ électrique du mode TM_1 . Les champs physiques s'écrivent :

$$E_x(z, t) = \text{Re}[E_x] = A \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \quad (6.34)$$

$$E_z(z, t) = \text{Re}[E_z] = -\frac{\kappa A}{\beta} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \quad (6.35)$$

$$H_y(z, t) = \text{Re}[H_y] = \frac{\omega\epsilon_0 A}{\beta} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \quad (6.36)$$

Les composantes E_x et E_z dans le guide sont représentées sur la figure suivante à un l'instant $t = 0$ (l'ensemble de la figure se déplace au cours du temps vers les z croissants). On remarque que la composante E_z est déphasée de $\pi/2$ par rapport à E_x .



Sur les parois du guide seule la composante E_x du champ électrique est présente, tandis que le champ électrique au centre est purement axial : on peut voir que les lignes de champ électrique d'égale amplitude forment des boucles représentées en pointillés, caractéristiques des modes guidés.

Les variations du champ magnétique sont plus faciles à imaginer, puisque celui-ci ne possède qu'une composante H_y perpendiculaire au plan de la figure (il est en phase avec E_x).

La composante H_y , tangentielle à la surface induit une densité superficielle de courant I_s donnée par la relation (5.45) du chapitre précédent $\vec{I}_s = \vec{n} \times \vec{H}_{t1}$. Le vecteur densité de courant ne possède qu'une composante I_z dirigée dans l'axe du guide, de valeur $I_z = H_y$.

Modes TE : On établira à titre d'exercice les expressions des champs pour les modes TE :

$$E_y = B \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.37)$$

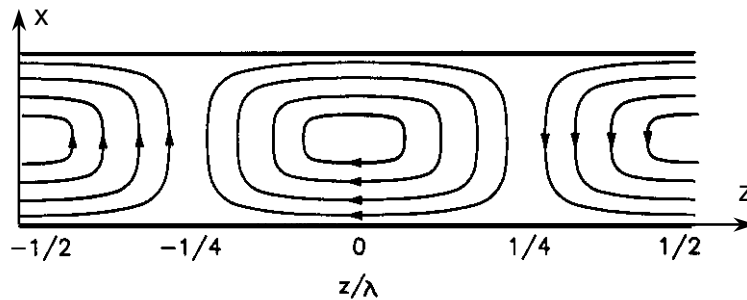
$$H_x = -\frac{\beta B}{\omega\mu_0} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.38)$$

$$H_z = -\frac{\kappa B}{j\omega\mu_0} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (6.39)$$

Dans le cas $n = 0$, E_y et H_x sont tous deux nuls, ce qui démontre rigoureusement l'absence du mode TE_0 .

La figure suivante représente pour le mode TE_1 l'allure des boucles formées par les composantes H_x et H_z du champ magnétique le long du guide.

Le courant induit à la surface des plaques, de valeur $I_y = H_z$, circule perpendiculairement à l'axe du guide.



II.7 – Impédance d'onde

L'impédance d'onde dans un guide est le rapport entre les composantes transverses du champ électrique et du champ magnétique. Dans un milieu diélectrique caractérisé par une permittivité relative ϵ_r , on remplace ϵ_0 par $\epsilon_0\epsilon_r$.

Mode TEM : L'impédance d'onde Z_{TEM} est la même que dans le cas d'une onde plane. Dans le cas des modes guidés, on la désigne par η :

$$Z_{TEM} = \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}} \quad (6.40)$$

Modes TM_n : D'après les relations (6.31) , (6.33) et (6.28), l'impédance Z_{TM} s'écrit :

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\beta}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} = \eta\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2} \quad (6.41)$$

Modes TE_n :

$$Z_{TE} = \frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (6.42)$$

Z_{TE} et Z_{TM} sont indépendantes de n . Elles diffèrent de l'impédance de l'onde plane dans le milieu de propagation. On voit que $Z_{TM} < \eta$, alors que $Z_{TE} > \eta$.

II.8 - Atténuation

Il existe deux types de pertes dans les guides d'ondes :

1. Pertes à la surface des parois du guide, dues à la conductivité finie des métaux.
2. Pertes dans le diélectrique, lorsque celui-ci est autre que l'air.

Pertes dans les parois : Du fait de l'absorption à la surface des parois, on observe une décroissance exponentielle de l'amplitude des champs de la forme $\exp(-\alpha z)$, où α est un coefficient d'atténuation à déterminer. La puissance transportée par l'onde étant proportionnelle au carré du champ, on pose :

$$P(z) = P_0 \exp(-2\alpha z) \quad (6.43)$$

P_0 étant la puissance initiale d'où :

$$\alpha = -\frac{1}{2P(z)} \frac{dP}{dz} \quad (6.44)$$

Mode TEM : Les champs ont la même expression que pour l'onde plane amortie. Posons :

$$|E_x| = E_0 \exp(-\alpha z) \text{ et } |H_y| = \frac{E_0}{\eta} \exp(-\alpha z)$$

Comme les champs sont indépendants de x et de y , la puissance moyenne dans le guide d'épaisseur a et pour une largeur w est simplement le produit de la densité surfacique de puissance S_z multipliée par la section du guide :

$$P_z(z) = \frac{1}{2\eta} |E_x|^2 aw \quad (6.45)$$

où η est définie par la relation (6.40).

Nous avons établi l'expression de la puissance P_T dissipée par unité de surface dans la paroi (voir leçon 6) :

$$P_T = \frac{H_0^2}{2\sigma\delta}$$

H_0 représentait la composante tangentielle du champ magnétique à la surface. Dans le cas présent, c'est la composante H_y qui induit un courant superficiel dirigé suivant l'axe du guide. La Puissance dissipée sur une surface de largeur w et de longueur Δz vaut donc :

$$\Delta P = \frac{|H_y|^2}{2\sigma\delta} w\Delta z = \frac{|E_x|^2 R_s}{2\eta^2} w\Delta z \quad (6.46)$$

Reportons ces valeurs dans la relation (6.44) en comptant les pertes sur les deux parois pour obtenir le coefficient d'atténuation :

$$\alpha_{TEM} = \frac{R_s}{\eta a} \quad (6.47)$$

Ce qui montre que α_{TEM} croît comme la racine carrée de la fréquence ($R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$)

Modes TE et TM : En suivant la même procédure, calculons la puissance moyenne P_z dans le guide. On vérifiera que pour le mode TM, par exemple, la puissance est donnée par une intégrale :

$$P_z(z) = \frac{w}{2} \int_0^a (E_x H_y) dx \quad (6.48)$$

On établira en exercice l'expression du coefficient d'atténuation α_{TM} pour les modes TM :

$$\alpha_{TM} = \frac{2\alpha_{TEM}}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (6.49)$$

et l'expression de α_{TE} pour les modes TE :

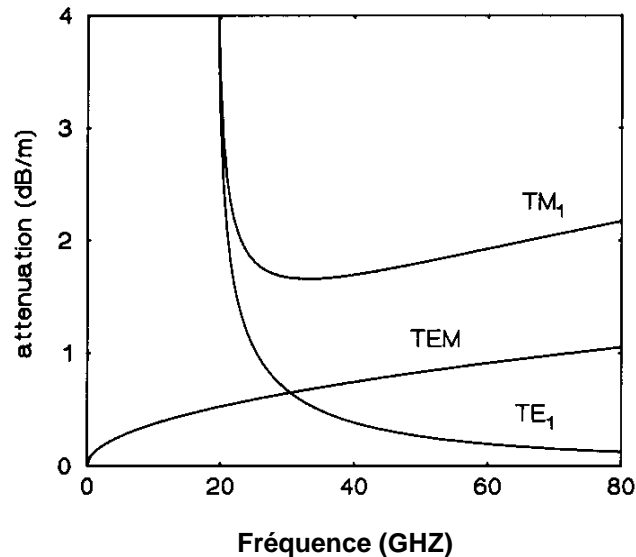
$$\alpha_{TE} = \frac{2\alpha_{TEM} (\omega_c/\omega)^2}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (6.50)$$

Exemple : Illustrons les résultats précédents avec l'exemple pratique d'un guide constitué de parois en laiton ($\sigma = 1,5 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$), séparées de $a = 5 \text{ mm}$ par un diélectrique de permittivité $\epsilon_r = 2.5$. La longueur d'onde de coupure des modes TE_1 et TM_1 est telle que $\lambda_c = 2a$. L'onde se propageant dans un diélectrique, λ_c est reliée à la longueur d'onde dans le vide λ_0 par la

relation $\lambda_c = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r}$. La fréquence de coupure ν_c étant reliée à la longueur d'onde par la relation habituelle $\lambda_0 = c/\nu$, on trouve que (voir aussi la relation (6.20)) :

$$\nu_c = \frac{c}{2a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 510^{-3} \sqrt{2,5}} = 18,97 \text{ GHz}$$

Le graphique ci-dessous montre les variations de l'atténuation A en dB/m ($A = 8,69 \alpha$) pour les mode TEM TE₁ et TM₁ en fonction de la fréquence.



Les variations de l'atténuation des modes TE et TM en fonction de la fréquence sont plus compliquées que pour le mode TEM :

- Les dénominateurs étant nuls à la coupure, l'atténuation est infinie à la fréquence ν_c .
- Le mode TE est nettement moins atténué que le mode TM, et l'atténuation α_{TE1} diminue en fonction de la fréquence, alors que α_{TM1} augmente à haute fréquence.
- Cette différence de comportement tient à la valeur de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface des parois.

Pertes dans le diélectrique : pour étudier la propagation d'une onde plane dans un milieu absorbant, nous avons simplement remplacé la permittivité relative ϵ_r par une permittivité complexe $\epsilon_d = \epsilon' - j\epsilon''$. En procédant de la même façon, la relation de dispersion (6.12) devient complexe :

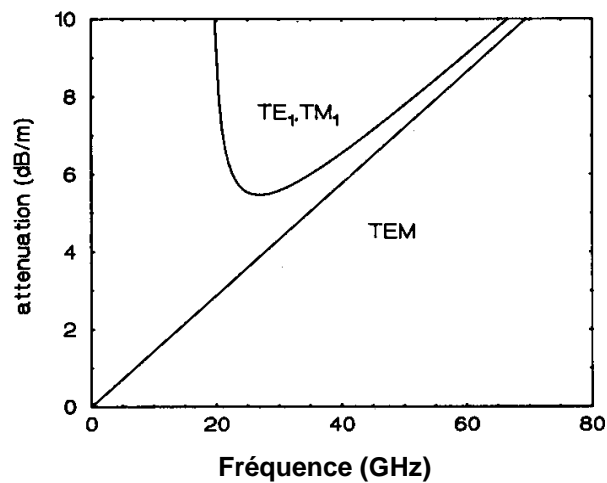
$$\kappa^2 = (\epsilon' - j\epsilon'')k_0^2 - \beta^2 \quad (6.51)$$

Mode TEM : Pour le mode TEM il vient $\kappa = 0$. En posant $\beta = \beta' - j\alpha$, on obtient après quelques calculs dans le cas où $\epsilon'' \ll \epsilon'$, l'expression approchée suivante de la constante d'atténuation :

$$\alpha_{TEM} = \frac{\omega\epsilon''}{2c\sqrt{\epsilon'}} \quad \text{Unité m}^{-1} \quad (6.52)$$

Reprenons l'exemple précédent dans le cas où le diélectrique est faiblement absorbant (tangente de l'angle de perte $\tan(\theta) = 0,001$). La figure suivante montre les variations de α_{TEM} (exprimée en dB/m) en fonction de la fréquence qui montre que l'atténuation devient

importante aux fréquences élevées. On voit bien l'importance de choisir un isolant à très faibles pertes. Pratiquement une réduction d'un facteur dix est possible (soit $\text{tg}(\theta) = 0,0001$)



L'atténuation des modes TE₁ et TM₁ part de l'infini à la fréquence de coupure, passe par un minimum pour augmenter à nouveau aux fréquences élevées, en restant toujours au-dessus de l'atténuation du mode TEM.

La comparaison des deux exemples précédents montre que les pertes diélectriques sont plus importantes que les pertes dans le conducteur :

- Les pertes diélectriques peuvent être réduites de manière significative par l'utilisation d'un diélectrique à très faibles pertes.
- D'après la relation (6.47) les pertes métalliques sont inversement proportionnelles à la conductivité. En utilisant un très bon conducteur (le cuivre ou l'argent), on peut espérer au mieux une réduction de l'atténuation d'un facteur deux.

Nous reviendrons sur les propriétés du guide d'onde plan, au sujet de la ligne coaxiale et de la ligne à ruban, lorsque nous traiterons les lignes de transmission.