

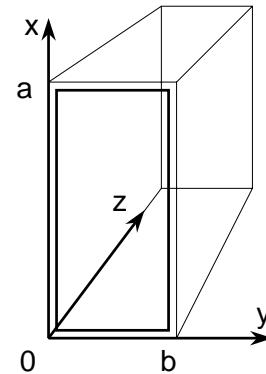
Chapitre 7	72
GUIDES MICRO-ONDES : GUIDE RECTANGULAIRE.....	72
I. PROPRIETES GENERALES	72
II. LES MODES DU GUIDE RECTANGULAIRE	73
II.1 – Etude des modes TE	73
II.2 – Cas des modes TM.....	76
II.3 – Relation de dispersion.....	76
III. LE MODE DOMINANT TE_{10}	77
III.1 - Expressions et répartition des champs	77
III.2 - Courant de déplacement.....	78
III.3 - Courant de conduction	79
III.4 - Autres propriétés	79
Exercices.....	81

Chapitre 7

GUIDES MICRO-ONDES : GUIDE RECTANGULAIRE

I. PROPRIETES GENERALES

Etudions une structure plus réaliste, repr ent e sur la figure ci-contre, qui a été développée à partir des années 1930 pour les applications radar et les systèmes de communication.

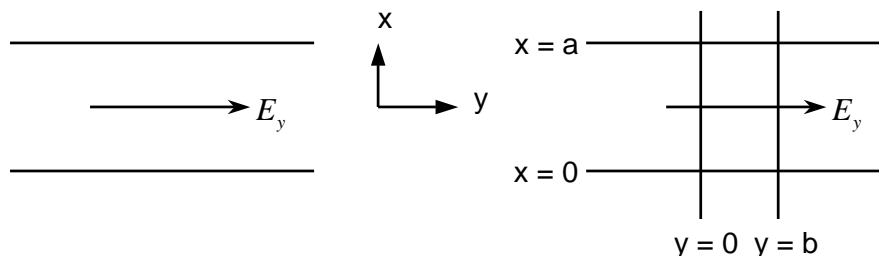


Cette structure présente certains avantages, parmi lesquels:

- La possibilité de transporter de fortes puissances micro-ondes (propagation dans l'air), ce qui est particulièrement important pour les radars de puissance.
- L'absence de rayonnement due à sa structure compl tement close.
- Les modes principaux ont une polarisation rectiligne et sont donc faciles à exciter et à détecter.

Par contre, le mode TEM qui est intéressant, car il présente une fréquence de coupure nulle, ne peut se propager (comme dans le guide plan). Par conséquent les dimensions du guide devront être en relation avec la longueur d'onde utilisée (nous verrons que ce n'est pas le cas pour le câble coaxial et la ligne à ruban, dont les dimensions peuvent être beaucoup plus petites que la longueur d'onde).

Modes dominants : Les modes dominants dans le guide rectangulaire ont une structure proche de celle des modes TE observés dans le guide plan, comme on peut le voir sur les figures suivantes. La figure de gauche montre l'orientation du champ électrique E_y des modes TE_n dans un guide plan (il n'y a aucune variation du champ dans la direction Oy).



Modes TE pour un guide plan et un guide rectangulaire

Sur la figure de droite on a rajouté deux parois conductrices verticales en $y = 0$ et $y = b$, de façon à réaliser un guide rectangulaire. Ces parois étant normales au champ électrique, elles ne perturbent pas la propagation des modes TE. De plus, pour ces modes particuliers, la distance b entre les parois n'est pas critique.

Désignation des modes : Cette première approche ne tient pas compte des réflexions sur les parois verticales, lesquelles vont à leur tour créer des modes dans la direction Oy. Comme dans un guide plan, nous trouverons deux types de modes.

- **Modes TM (Transverse Magnétique) :** pour ces modes $H_z = 0$, le champ magnétique ne possède que des composantes transverses à la direction de propagation (H_x et H_y).
- **Modes TE (Transverse Electrique) :** pour ces modes $E_z = 0$. Il n'existe que des composantes E_x et E_y .

Les composantes des champs dépendant à la fois de x et de y, les modes sont désignés par TM_{nm} ou TE_{nm} , où n et m sont des entiers qui se rapportent aux variations des champs dans les direction x et y respectivement.

Pour chaque valeur de n, correspondant à un angle particulier θ_n dans le plan vertical (plan xOz) on peut trouver m modes correspondant à θ_m angles dans le plan horizontal

II. LES MODES DU GUIDE RECTANGULAIRE

II.1 – Etude des modes TE

- Les champs sont fonction de x et de y : $\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$ et $\frac{\partial}{\partial y} \neq 0$.
- $E_z = 0$ pour ces modes.

Les étapes du calcul sont les suivantes :

1. Nous cherchons une solution de l'équation d'onde pour la composante H_z .
2. A partir des deux premières équations de Maxwell, nous exprimons les composantes transverses H_x , H_y , E_x , E_y en fonction de la composante axiale H_z .
3. On écrit que les composantes E_x et E_y satisfont aux conditions aux limites sur les parois métalliques.

Equation d'onde : L'équation d'onde pour la composante H_z s'écrit :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \epsilon \mu H_z \quad (7.1)$$

En désignant comme d'habitude par β , la constante de propagation longitudinale, les différents champs varient selon $\exp(-j\beta z)$ en fonction de z.

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (\omega^2 \epsilon \mu_0 - \beta^2) H_z = 0 \quad (7.2)$$

Posons, comme précédemment :

$$\kappa^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 - \beta^2 \quad (7.3)$$

On reconnaît dans le membre de droite le module du vecteur d'onde, soit :

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 = \epsilon_r \left(\omega/c \right)^2 \quad (7.4)$$

On voit donc que la relation (7.3) relie entre eux les modules des composantes du vecteur d'onde suivant l'axe Oz (composante longitudinale β) et dans le plan transverse xOy (soit κ), de la manière indiquée sur le schéma suivant :

Méthode de séparation des variables : Pour résoudre l'équation (7.2), on suppose que dans une géométrie rectangulaire les variations du champ H_z dans les deux directions transversales sont indépendantes l'une de l'autre, ce qui permet de séparer les variables x et y en posant :

$$H_z(x, y) = f_x(x) f_y(y) \quad (7.5)$$

f_x ne dépend que de x et f_y ne dépend que de y .

De même il est possible de projeter la composante transversale κ sur les directions x et y , de sorte que :

$$\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 \quad (7.6)$$

La relation (7.2) prend alors la forme suivante :

$$\left(\frac{1}{f_x} \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} + \kappa_x^2 \right) + \left(\frac{1}{f_y} \frac{\partial^2 f_y}{\partial y^2} + \kappa_y^2 \right) = 0 \quad (7.7)$$

Les fonctions entre parenthèses étant indépendantes, elles doivent être vérifiées séparément, ce qui conduit à la solution générale suivante :

$$\begin{aligned} f_x &= A_1 \cos(\kappa_x x) + A_2 \sin(\kappa_x x) \\ f_y &= B_1 \cos(\kappa_y y) + B_2 \sin(\kappa_y y) \end{aligned} \quad (7.8)$$

Les constantes A_1 , A_2 , B_1 et B_2 seront déterminées par les conditions aux limites, à la troisième étape.

Deuxième  tape : Développons les deux premières équations de Maxwell afin d'obtenir les relations entre les composantes des champs.

Première équation :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu_0 H_x \quad (7.9)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \Rightarrow -j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \quad (7.10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = j\omega\mu_0 H_z \quad (7.11)$$

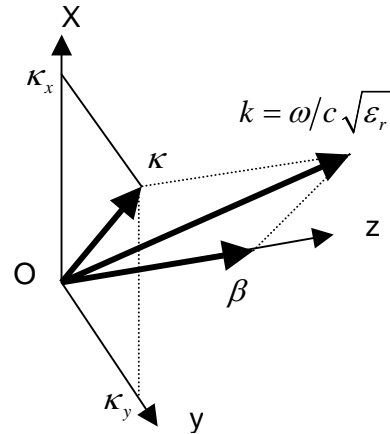
Deuxi me  quation ($\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\epsilon E_x \Rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y \Rightarrow -j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z \Rightarrow \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z \quad (7.14)$$



Ce système d'équations se simplifie car $E_z = 0$ dans le cas des modes TE. On obtient facilement les expressions suivantes pour les champs transverses :

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad E_y = \frac{j\omega\mu}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (7.15)$$

$$H_x = -\frac{j\beta}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad H_y = -\frac{j\beta}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (7.16)$$

Conditions aux limites : La composante tangentielle du champ électrique doit être nulle sur les parois. En se reportant à la figure précédente, cela signifie que :

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \quad \text{en} \quad y=0 \quad \text{et} \quad y=b \\ E_y &= 0 \quad \text{en} \quad x=0 \quad \text{et} \quad x=a \end{aligned} \quad (7.17)$$

Composante E_x :

$$H_z(x, y) = f_x f_y \Rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial y} = f_x \frac{\partial f_y}{\partial y} \quad (7.18)$$

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = -\frac{j\omega\mu}{\kappa^2} f_x \left[-\kappa_y B_1 \sin(\kappa_y y) + \kappa_y B_2 \cos(\kappa_y y) \right] \quad (7.19)$$

Les deux premières conditions (7.17) impliquent :

$$\begin{aligned} B_2 &= 0 \\ \kappa_y b &= m\pi; \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7.20)$$

Composante E_y :

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{\kappa^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{j\omega\mu}{\kappa^2} f_y \left[-\kappa_x A_1 \sin(\kappa_x x) + \kappa_x A_2 \cos(\kappa_x x) \right] \quad (7.21)$$

soit :

$$\begin{aligned} A_2 &= 0 \\ \kappa_x a &= n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7.22)$$

En reportant les expressions de f_x et f_y dans l'équation (7.5), on met H_z sous la forme :

$$H_z(t, \vec{r}) = A_{nm} \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b} y\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (7.23)$$

Avec $A_{nm} = A_1 B_1$.

- Le mode TE_{00} n'existe pas, car pour $n = m = 0$, la relation (7.23) montre que H_z est constant et donc que les champs transverses sont nuls.

Les expressions complètes des composantes transverses des champs sont obtenues en reportant l'expression (7.23) de H_z dans les relations (7.15) et (7.16). On vérifiera, à titre d'exercice, les expressions suivantes :

$$E_x(x, y) = j\omega\mu_0 \frac{\kappa_y}{\kappa^2} A_{nm} \cos(\kappa_x x) \sin(\kappa_y y) \quad (7.24)$$

$$E_y(x, y) = -j\omega\mu_0 \frac{\kappa_x}{\kappa^2} A_{nm} \sin(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y) \quad (7.25)$$

$$H_x(x, y) = j\beta \frac{\kappa_x}{\kappa^2} A_{nm} \sin(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y) \quad (7.26)$$

$$H_y(x, y) = j\beta \frac{\kappa_y}{\kappa^2} A_{nm} \cos(\kappa_x x) \sin(\kappa_y y) \quad (7.27)$$

Ces relations permettent de se faire une représentation schématique des lignes de champ électrique pour les premiers modes TE (voir ci-après).

II.2 – Cas des modes TM

Le champ magnétique est purement transverse ($H_z = 0$). En suivant exactement la même démarche, on trouve l'expression de E_z qui s'annule en $x = y = 0$; $x = a$ et $y = b$:

$$E_z = B_{nm} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{b} y\right) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (7.28)$$

La relation de dispersion et les fréquences de coupures sont données par les mêmes relations que précédemment.

La relation (7.28) montre qu'il ne peut y avoir de mode avec $n = 0$ ou $m = 0$. Par conséquent le mode ayant la plus basse fréquence de coupure est le mode TM_{11} , qui a la même fréquence de coupure que le TE_{11} .

II.3 – Relation de dispersion

Nous avons posé

$$\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 \quad (7.29)$$

Nous avons trouvé dans le cas du guide plan : $\kappa^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2$. Pour le guide rectangulaire la solution comporte un terme supplémentaire correspondant à la dimension b . L'équation de dispersion s'écrit :

$$\omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 - \beta^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 \quad (7.30)$$

La pulsation de coupure ω_c , correspond à $\beta = 0$, soit :

$$\frac{\omega_c}{c} \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2} \quad (7.31)$$

Cherchons les fréquences de coupure des premiers modes d'un guide standard (désignation WR90) et traçons le diagramme de dispersion $\beta = f(\omega)$. Les dimensions sont $a = 22,9$ mm (0,9 pouces) et $b = 10,2$ mm (0,4 pouces). On a posé par convention $a > b$. Le mode qui a la plus basse fréquence de coupure est le mode TE_{10} ($n = 1$, $m = 0$).

La relation (7.31) donne pour les cinq premiers modes, par ordre de fréquence croissante les valeurs indiquées dans le tableau suivant :

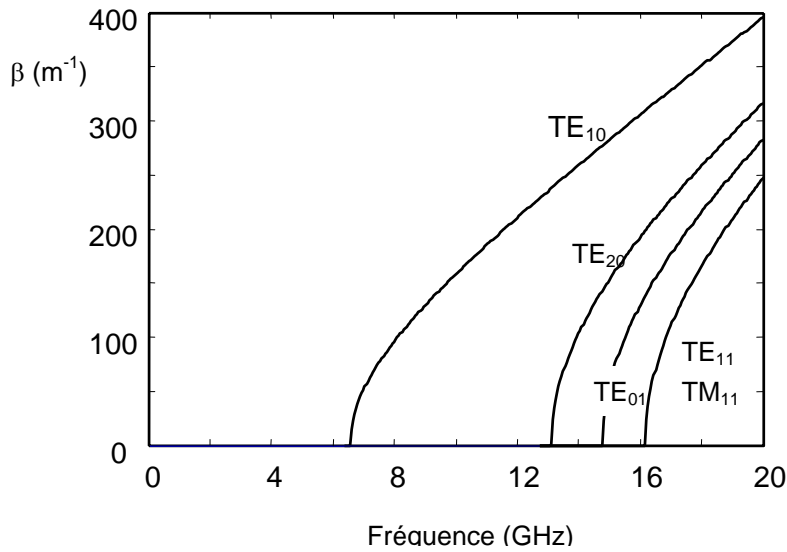
Mode	Fréquence de coupure (GHz)
TE_{10}	6,56
TE_{20}	13,10
TE_{01}	14,76
TE_{11}	16,16
TM_{11}	16,16

Exprimons la relation de dispersion (7.30) en fonction de ω (avec $\epsilon_r = 1$ dans l'air):

$$\beta^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\omega_c}{c}\right)^2 \quad \text{soit : } \beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2} \quad (7.32)$$

ω_c est la pulsation de coupure du mode m,n , donnée par la relation (7.31). Cette expression est identique à la relation (6.28) obtenue dans le cas du guide d'onde plan. Le diagramme de dispersion $\beta = f(\omega)$ est représenté ci-dessous :

- Le mode TEM, qui présente une fréquence de coupure nulle à disparu.
- Aux fréquences comprises entre 14,76 GHz et 16,16 GHz par exemple, les trois modes TE_{10} , TE_{20} et TE_{01} peuvent se propager simultanément.
- Par contre, en utilisant la bande de fréquences comprise entre 6,56 GHz et 13,10 GHz, seul le mode TE_{10} peut se propager : le guide est « monomode ». C'est l'utilisation habituelle d'un guide d'onde, ce qui évite les instabilités par transferts d'énergie d'un mode dans l'autre (couplage de modes).



III. LE MODE DOMINANT TE_{10}

III.1 - Expressions et répartition des champs

Les composantes des champs du mode TE_{10} dans l'air ($\epsilon_r = 1$), sont données par les expressions (7.24)   (7.27) pour $n = 1$ et $m = 0$. En exprimant tous les champs par rapport à l'amplitude E_0 de la composante E_y , et en revenant aux expressions physiques, on trouve :

$$E_y = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \quad (7.33)$$

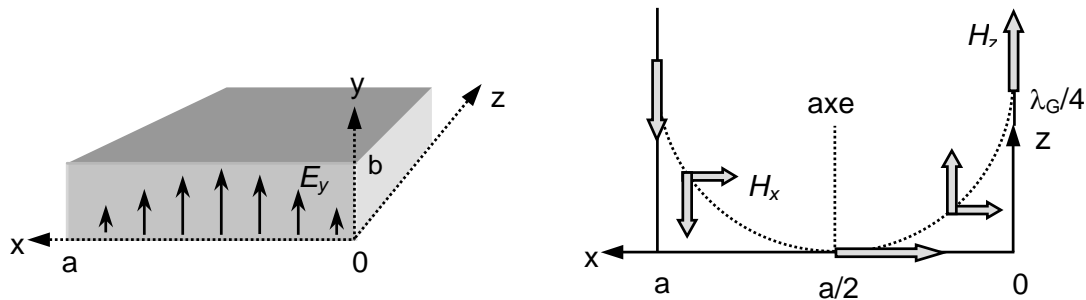
$$H_x = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z) \quad (7.34)$$

$$H_z = -\frac{\pi}{\omega \mu_0 a} E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta z) \quad (7.35)$$

$$E_z = H_y = E_x = 0 \quad (7.36)$$

- Noter le déphasage de $\pi/2$ de la composante H_z par rapport aux autres champs.
- On retrouve les mêmes expressions que pour le mode TE_1 du guide plan (relations (6.37)   (6.39)).

La figure suivante indique l'allure des variations des composantes des champs au temps $t = 0$.

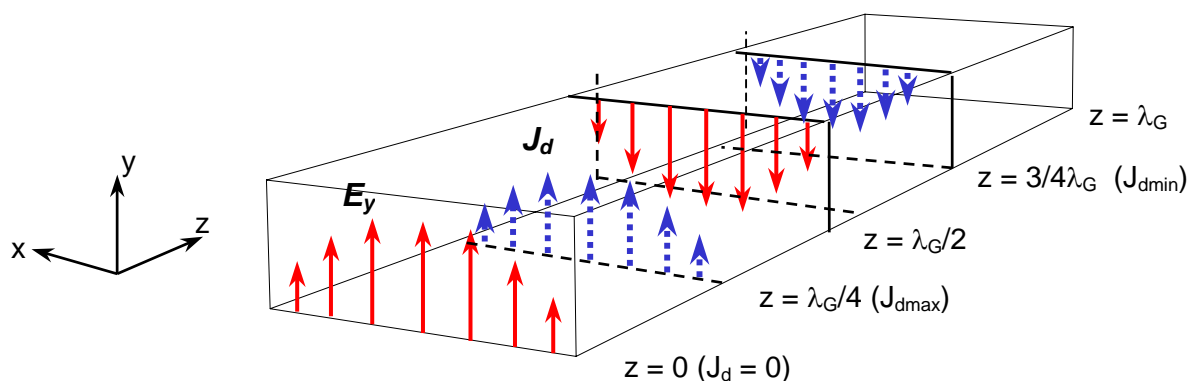


- La figure de gauche montre la variation sinusoïdale du champ électrique en fonction de x , donné par la relation (7.33) : celui-ci est nul sur les parois verticales en $x = 0$ et $x = a$ (du fait des conditions aux limites), maximum au centre du guide et perpendiculaire aux parois horizontales. E_y est par ailleurs indépendant de y .
- La figure de droite montre les variations du champ magnétique dans un plan y quelconque (ses composantes ne dépendent pas de y) : On retrouve les boucles caractéristiques du champ magnétique.
- $\lambda_G = 2\pi/\beta$ est la longueur d'onde de guide.

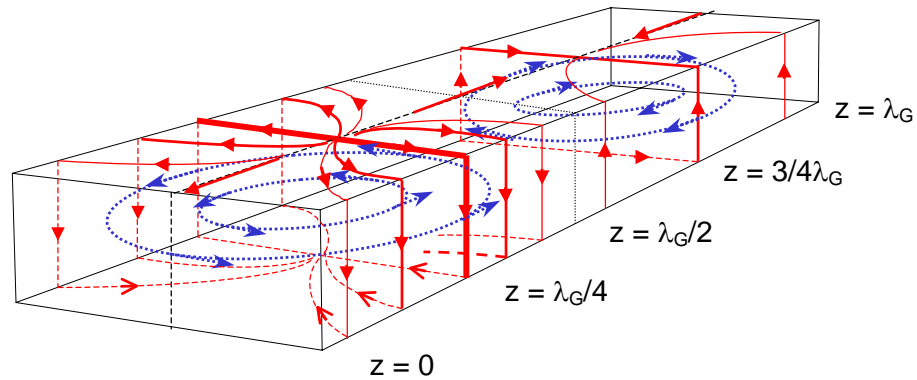
III.2 - Courant de déplacement

La figure suivante montre la répartition du champ E_y dans le guide, toujours au temps $t = 0$. La propagation de ce champ vers les z croissants (terme $\cos(\omega t - \beta z)$), induit un courant de déplacement proportionnel au taux de variation du champ électrique ($\vec{J}_d = \epsilon_0 d\vec{E}/dt$). Ce courant de déplacement J_d , orienté suivant Oy , circule dans le vide entre le « plancher » et le « plafond » (flèches en pointillées).

- En $z = 0$ et $z = \lambda_G/2$, le champ E_y passe par un extremum, sa dérivée est nulle, ainsi que J_d .
- En $z = \lambda_G/4$, $dE_y/dt > 0$: le courant est positif de valeur maximum J_{dmax} .
- En $z = 3/4\lambda_G$, $dE_y/dt < 0$: le courant est négatif, de valeur J_{dmin} .



Champ électrique et courant de déplacement



Champ magnétique et courant de conduction

Les lignes de champ magnétique tournent autour des lignes de courant de déplacement J_d , dans le sens direct donné par la « règle du tire-bouchon ». Elles forment des boucles fermées (en pointillés), centrées en $x = a/2$ et $z = \lambda_G/4, z = 3/4\lambda_G, \dots$ etc (au temps $t = 0$).

III.3 - Courant de conduction

Un courant superficiel I_s , induit par la composante tangentielle du champ magnétique en surface H_s , s'écoule sur la face interne des parois du guide. Le sens et la valeur de I_s se déduisent de la relation établie précédemment :

$$\vec{I}_s = \vec{n} \times \vec{H}_s \quad (7.37)$$

où \vec{n} est la normale sortant de la surface.

Les figures ci-dessus montrent que les lignes de courant s'écoulent le long d'un circuit continu : En $z = \lambda_G/4$ par exemple, le courant de déplacement J_d circule dans le vide depuis le « plancher » du guide, jusqu'au « plafond », puis c'est ensuite un courant de conduction J_c qui s'écoule latéralement sur le « plafond », redescend le long des parois verticales et revient au centre du « plancher ».

On vérifie sur la figure, qu'en tout point des parois horizontales ou verticales, le sens du courant est bien conforme à la relation (7.37). En particulier, sur les parois verticales, le courant est perpendiculaire à H_z , la seule composante tangentielle présente .

Par ailleurs, aucun courant ne traverse la ligne centrale des faces larges (plancher et plafond). Il est possible de découper une fente fine le long de cette ligne sans perturber le courant, ni la propagation du mode TE_{10} . En introduisant une sonde dans le guide à travers cette ouverture, il est donc possible d'effectuer des mesures de champ.

A l'inverse, une fente découpée sur les faces latérales coupe les lignes de courant et perturbe la propagation du mode : le mode va rayonner à travers la fente. Si la fente est de longueur suffisante, le mode peut même cesser de se propager.

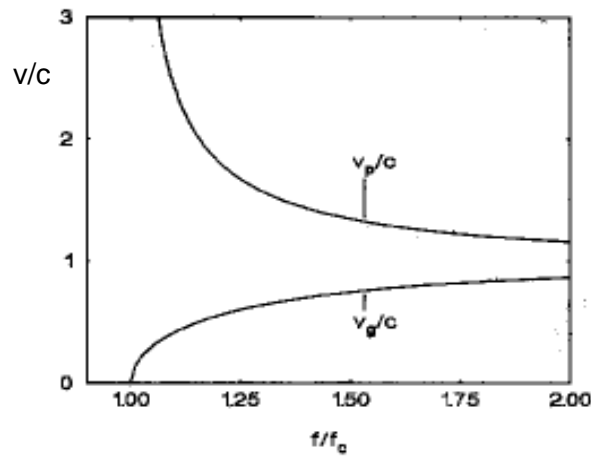
III.4 - Autres propriétés

Les champs ayant les mêmes expressions que pour le mode TE_1 du guide plan, les caractéristiques suivantes sont identiques à celles établies au paragraphe pr c dent :

- **Impédance d'onde** : Elle est définie comme le rapport des amplitudes des champs transverses E_y et H_x , soit d'après (7.33) et (7.34) pour le mode TE_{10} :
-

$$Z_{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\beta_{10}} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \quad (7.38)$$

- **Vitesse de phase, vitesse de groupe :** Les courbes de variations de v_p et v_g en fonction de la fréquence sont représentées ci-dessous (cf. relations (6.29) et (6.30) du paragraphe pr c dent).



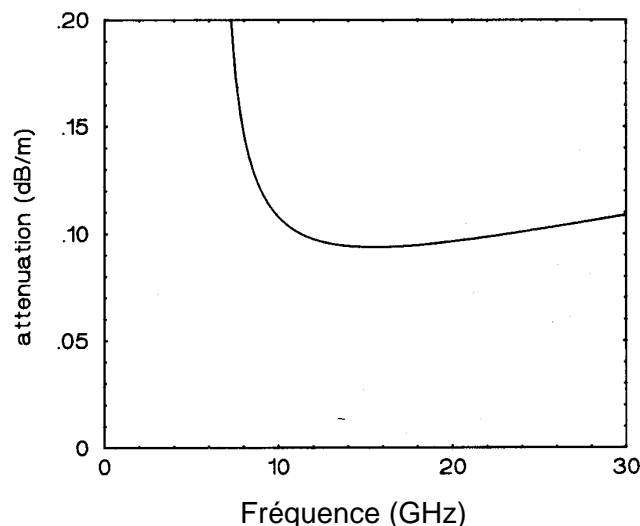
Pertes dans le diélectrique : Le coefficient d'atténuation α_{TE10} est identique au coefficient d'atténuation α_{TE1} du guide d'onde plan, car les constantes de propagation transverses κ_{10} (relation (7.29)) et κ_1 (6.17, avec $n = 1$)) ont la même expression.

Pertes métalliques : L'atténuation due aux pertes métalliques est différente, car il y a quatre parois au lieu de deux. La méthode de calcul utilisée dans le cas du guide plan reste valable dans le cas du guide rectangulaire, en remarquant que les courants sur les parois latérales sont dues à H_z , tandis que les courants sur le « plancher » et le « plafond » sont dus à la fois à H_z et à H_x . On montrera à titre d'exercice, que le résultat s'écrit :

$$\alpha_p = \frac{R_s}{\eta b \sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}} \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right] \quad (7.39)$$

La courbe de variation de α_p en fonction de la fréquence est représentée sur la figure suivante, pour le guide WR90 avec des parois en cuivre :

- L'allure est analogue à celle du guide plan, mais les valeurs sont plus élevées, à cause de la présence de deux parois supplémentaires.
- α_p étant inversement proportionnel à la largeur b , de la paroi étroite, l'atténuation est élevée dans des guides de petites dimensions, prévus pour fonctionner dans le domaine des ondes millimétriques.



Exercices

Exercice 1. Calculer les fréquences de coupure des 5 premiers modes du guide WR28, de dimensions 7,11x3,57 mm. En déduire le domaine de fréquences utile.

Exercice 2. Puissance transportée dans le cas du mode TE₁₀.

- Exprimer les composantes du champ par rapport à l'amplitude du champ électrique E_0 .
- Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting.
- En déduire l'expression de la puissance totale dans le guide, en fonction des dimensions a et b .
- Application numérique : Les dimensions du guide WR90 sont 22,9 x 10,2 mm. On admet que le champ maximum avant claquage dans l'air est $E_0 = 10^5$ V/m. Quelle est la puissance maximum admissible dans le guide à la fréquence $\nu = 10$ GHz ?

Solution : c) $P = \frac{1}{4} \frac{\beta_{10} E_0^2}{\omega \mu_0} ab$; d) $\beta_{10} = 158,1 \text{ m}^{-1}$; $P_{\max} = 117 \text{ kW}$.

Exercice 3. Etablir l'expression de la composante E_z des modes TM_{nm}.

Exercice 4. Pertes dans les parois (mode TE₁₀). La géométrie est précisée sur la fig. p. 74.

On définit le coefficient d'atténuation en puissance par : $\alpha = -\frac{1}{2P} \frac{dP}{dz}$ (voir guide plan).

- Etablir l'expression de la densité surfacique de puissance P_1 , absorbée sur les faces inférieure et supérieure en fonction de H_z . En déduire l'expression des pertes par unité de longueur du guide $\Delta P_1/\Delta z$, exprimées en fonction de l'amplitude E_0 du champ électrique dans le guide.
- Donner l'expression de P_2 pour les faces latérales, en fonction de H_x et H_y , ainsi que celle de $\Delta P_2/\Delta z$.
- En déduire l'expression de α .
- Application numérique : Cas du guide WR90, $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, $\nu = 20$ GHz. Calculer la valeur de α (unité m^{-1}) ; la convertir en dB/m.

Solution : a) $P_1 = \frac{1}{2\delta\sigma} |H_z|^2$; $\Delta P_1 = \frac{\pi^2 b E_0^2}{\delta\sigma\omega^2 a^2 \mu_0^2} \Delta z$; b) $\Delta P_2 = \frac{E_0^2 a}{2\delta\sigma\mu_0^2 c^2} \Delta z$;

c) $\alpha = \frac{R_s}{bZ_0\sqrt{1-(\omega_c/\omega)^2}} \left\{ 1 + \frac{2b}{a} (\omega_c/\omega)^2 \right\}$; d) $\alpha = 1,76 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$, soit 0,153 dB/m.