

Analyse de physique

– *méthodes et outils* –

Marc Verderi

LLR-École polytechnique

De la physique au détecteur

Bénodet – Décembre 2014

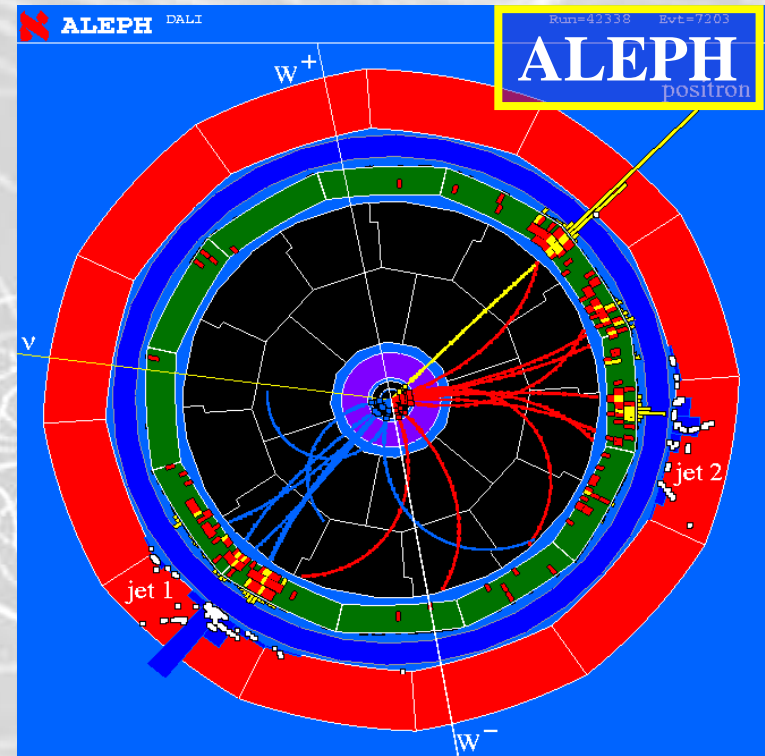
INTRODUCTION

Liminaire

- On suppose un ensemble accélérateur-détecteur(s) en opération et conçu pour répondre à une thématique de physique:
 - Exemples:
 - LEP – {Aleph, Delphi, Opal, L3} = physique du Z^0 , W^\pm
 - PEP-II – BABAR / KEK – BELLE = violation de CP,
 - LHC – {CMS, ATLAS} = recherche puis mesure du (des) Higgs
- L'accélérateur crée, par collisions, des particules d'intérêt:
 - Exemples:
 - LEP : $e^+e^- \rightarrow Z^0$, $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$
 - PEP-II : $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B^0 \text{ anti-}B^0$
 - LHC: gluon gluon \rightarrow Higgs
- Le détecteur permet l'étude de ces particules en collectant et mesurant leur produits de désintégrations:
 - Exemples:
 - $Z^0 \rightarrow$ quark anti-quark, e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$
 - $W^\pm \rightarrow$ quark anti-quark', e^\pm neutrino, ...
 - $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$ suivi de $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ ou $\mu^+\mu^-$ et $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, ...
 - Higgs $\rightarrow \gamma\gamma$, ...

Exemples de collisions...

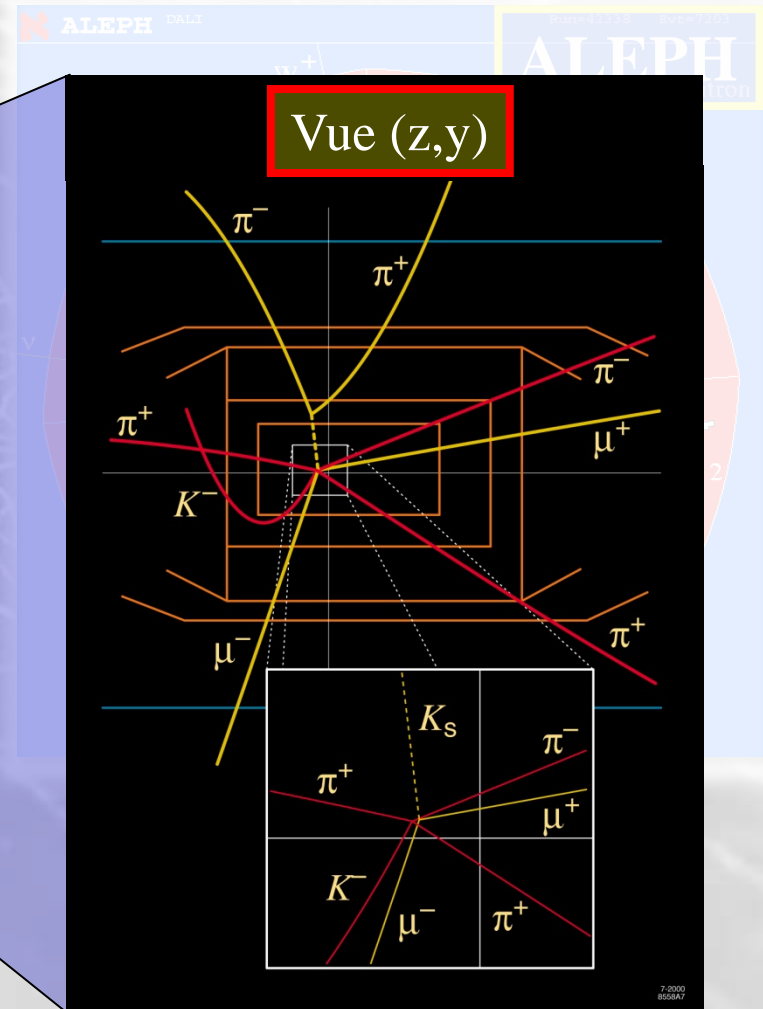
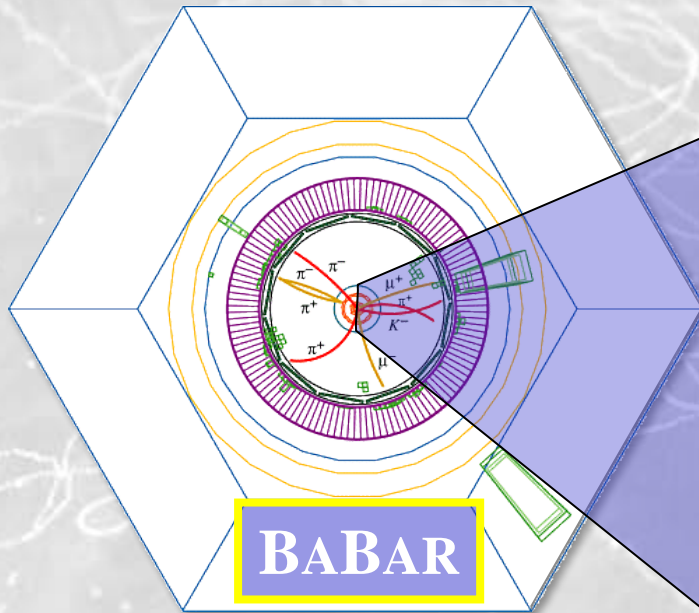
(détecteurs pas à l'échelle)



$e^+e^- \rightarrow W^+ W^-$; suivi de $W^- \rightarrow \text{quark anti-quark}'$, $W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$

Exemples de collisions...

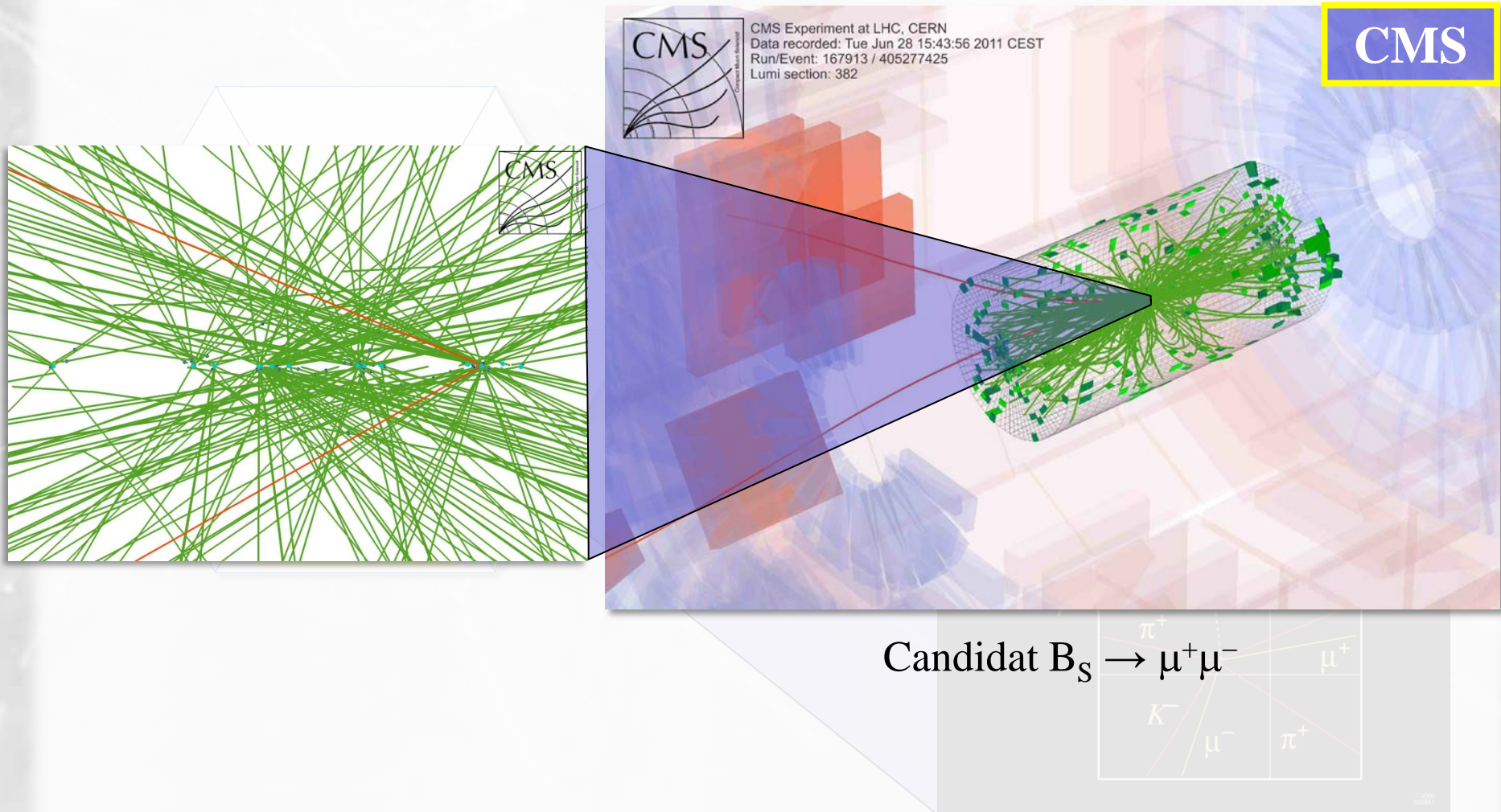
(détecteurs pas à l'échelle)



$e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ suivi de
 $B^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$ puis de $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ et $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

Exemples de collisions...

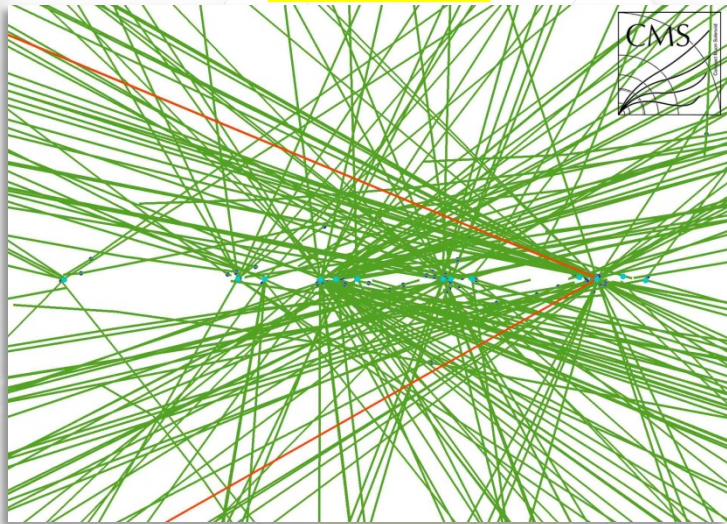
(détecteurs pas à l'échelle)



Exemples de collisions...

(détecteurs pas à l'échelle)

CMS



Machine hadronique + pill-up vs machine à électrons.

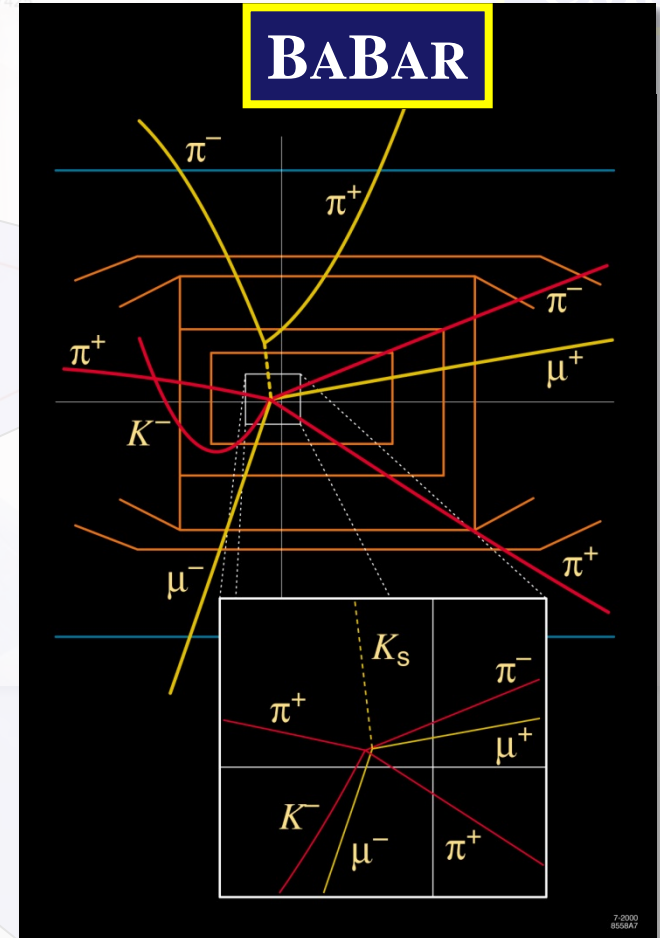
J'illustrerais souvent avec BABAR.



CMS Experiment at LHC, CERN
Data recorded: Tue Jun 28 15:43:56 2011 CEST
Run/Event: 167913 / 405277475
Lumi section: 382

CMS

BABAR



7.5000
8/2007

Les questions abordées

- Une fois les données collectées, par quel(s) processus arrive t-on à une mesure de physique ?
- Quels sont les méthodes et outils utilisés ?

PLAN

- I. SURVOL DE LA RECONSTRUCTION DES ÉVÈNEMENTS (aujourd'hui)

- II. LES GRANDES LIGNES D'UNE ANALYSE DE PHYSIQUE (aujourd'hui)

- III. LA SIMULATION (demain)

- IV. L'AJUSTEMENT (après-demain)

– PREMIÈRE PARTIE –

SURVOL DE LA RECONSTRUCTION DES ÉVÈNEMENTS

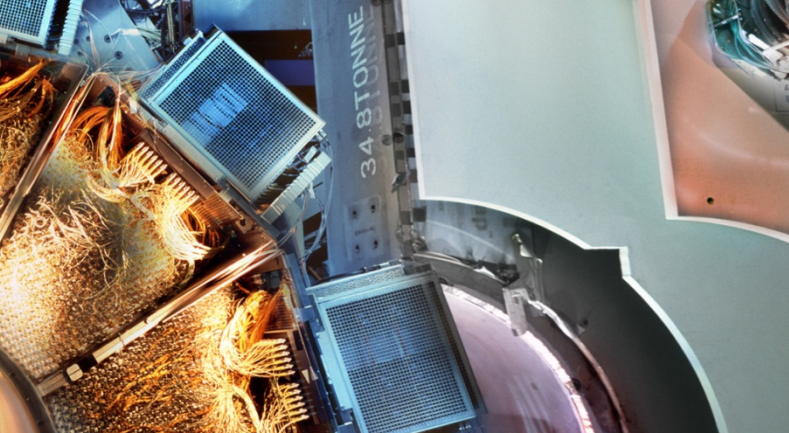
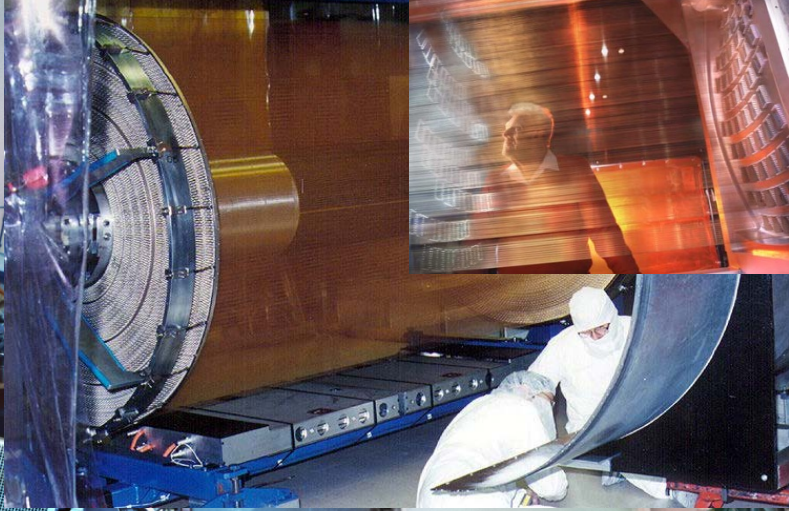
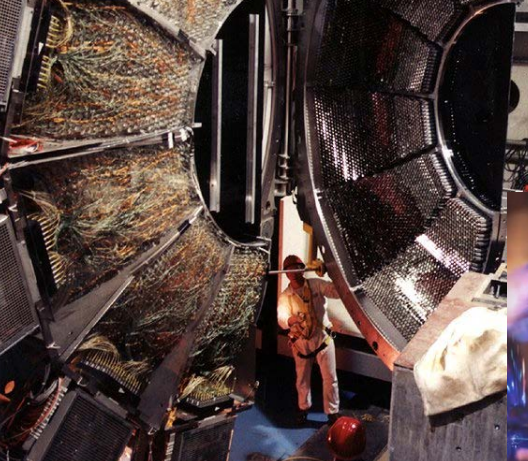
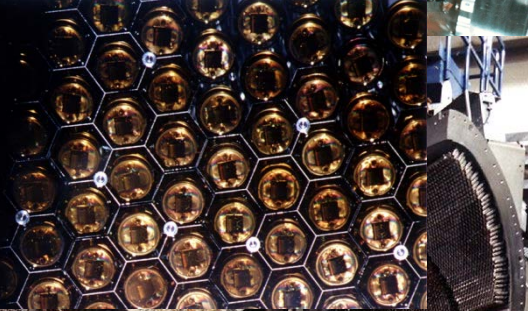
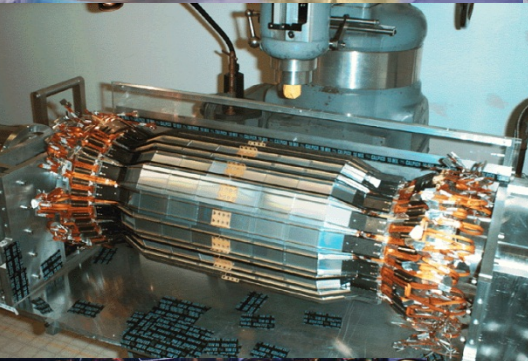
Principe

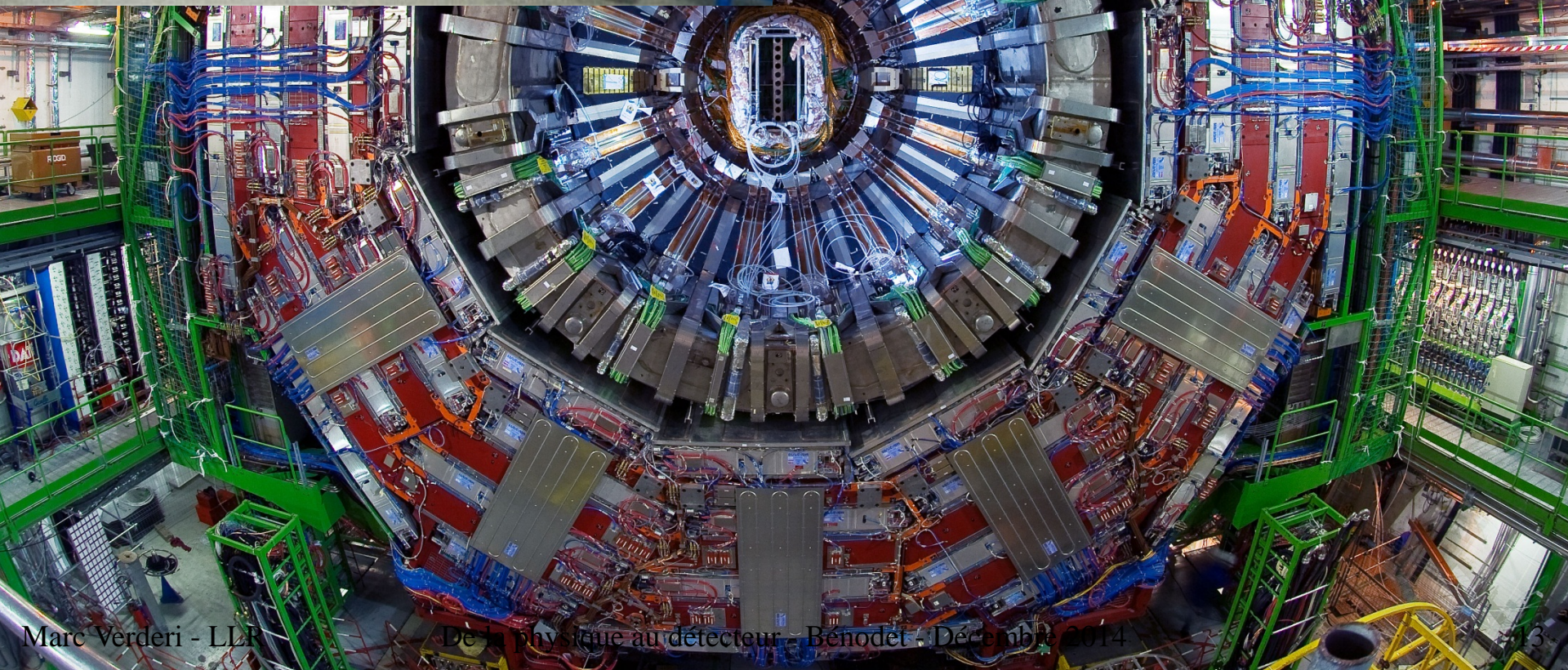
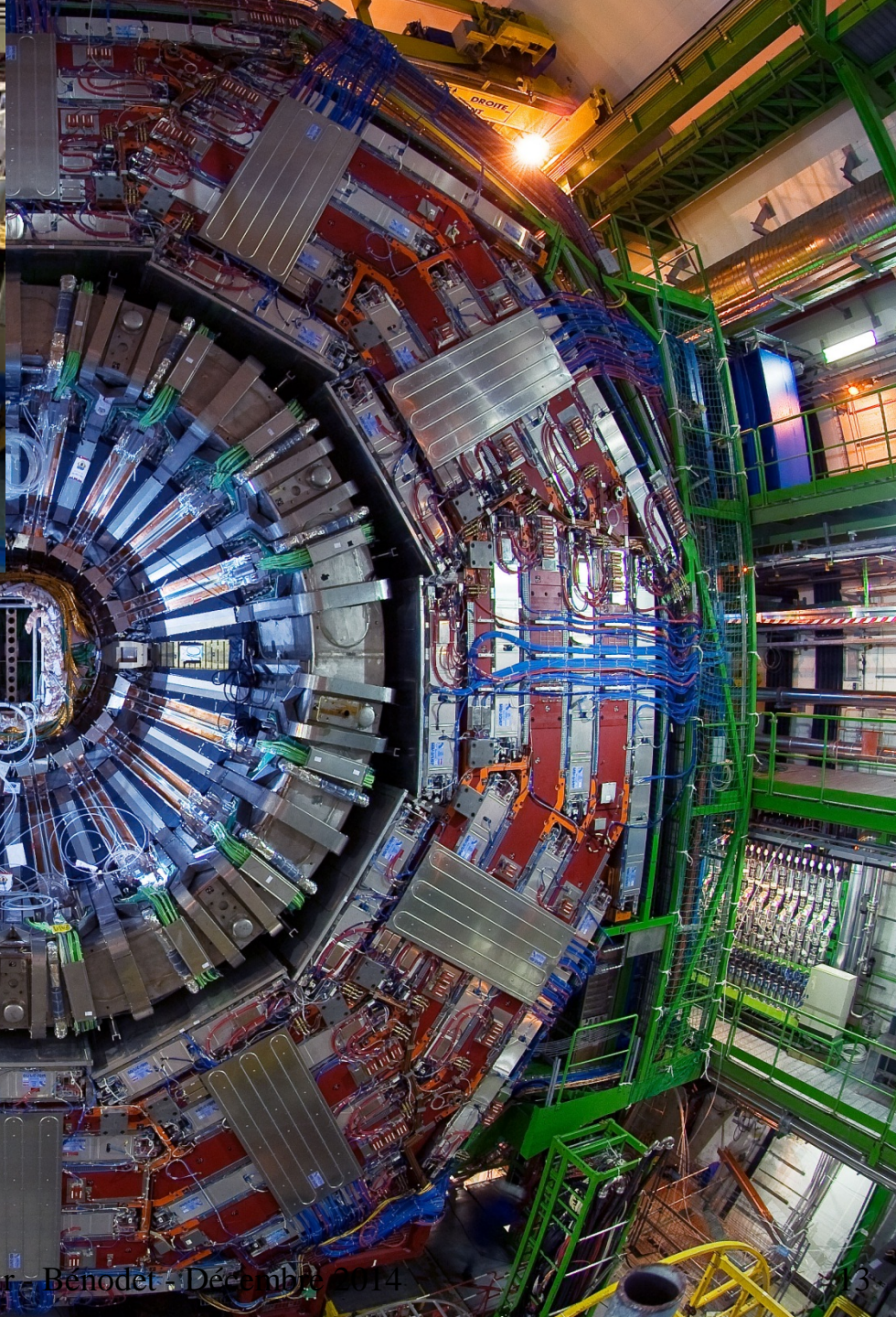
Position voies électroniques

Calibration

Patterns

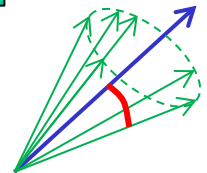
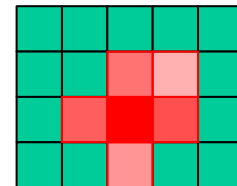
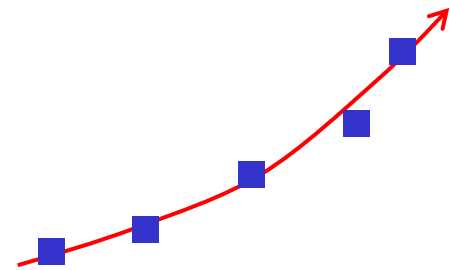
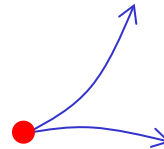




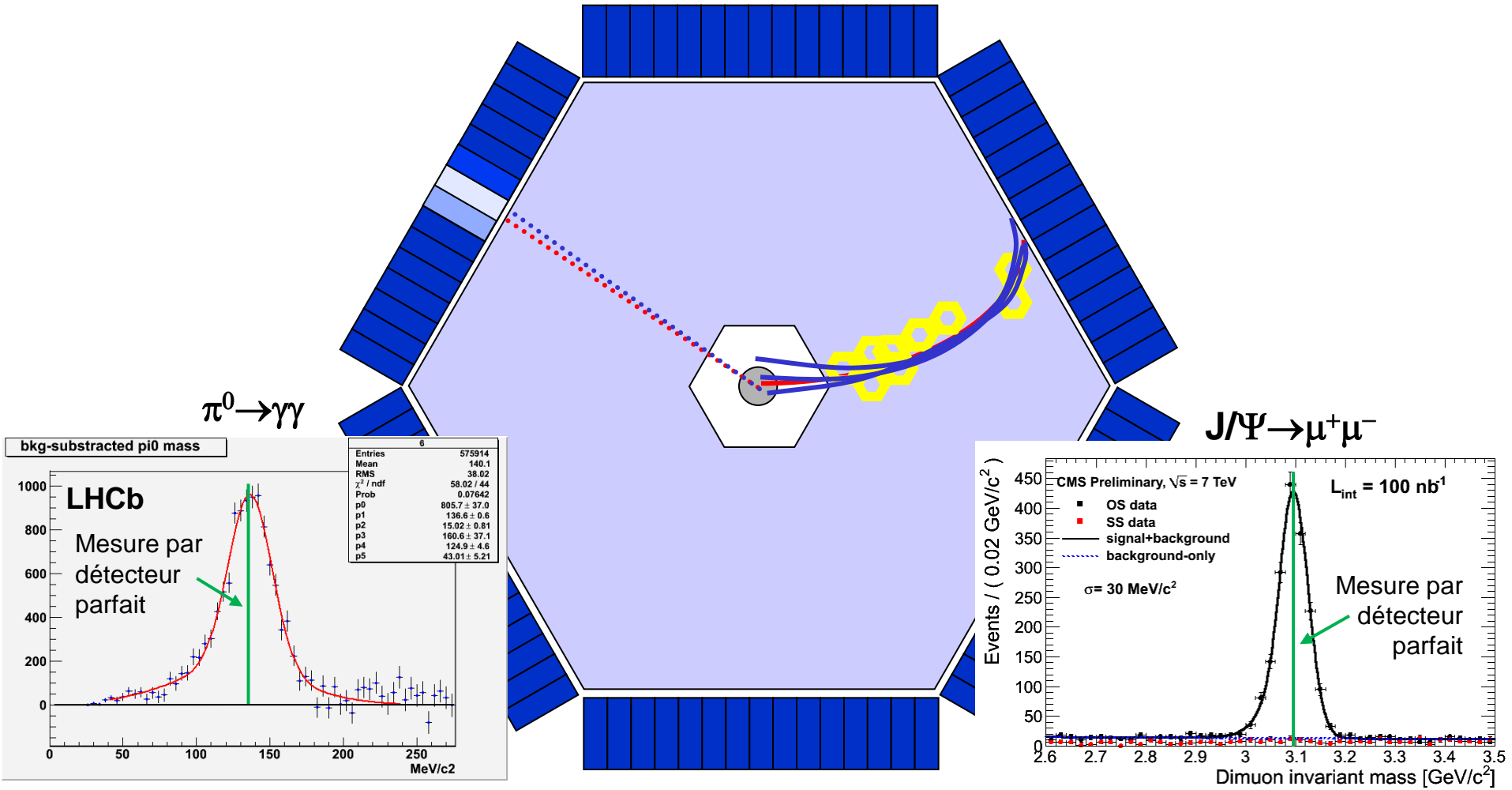


Reconstruction ?

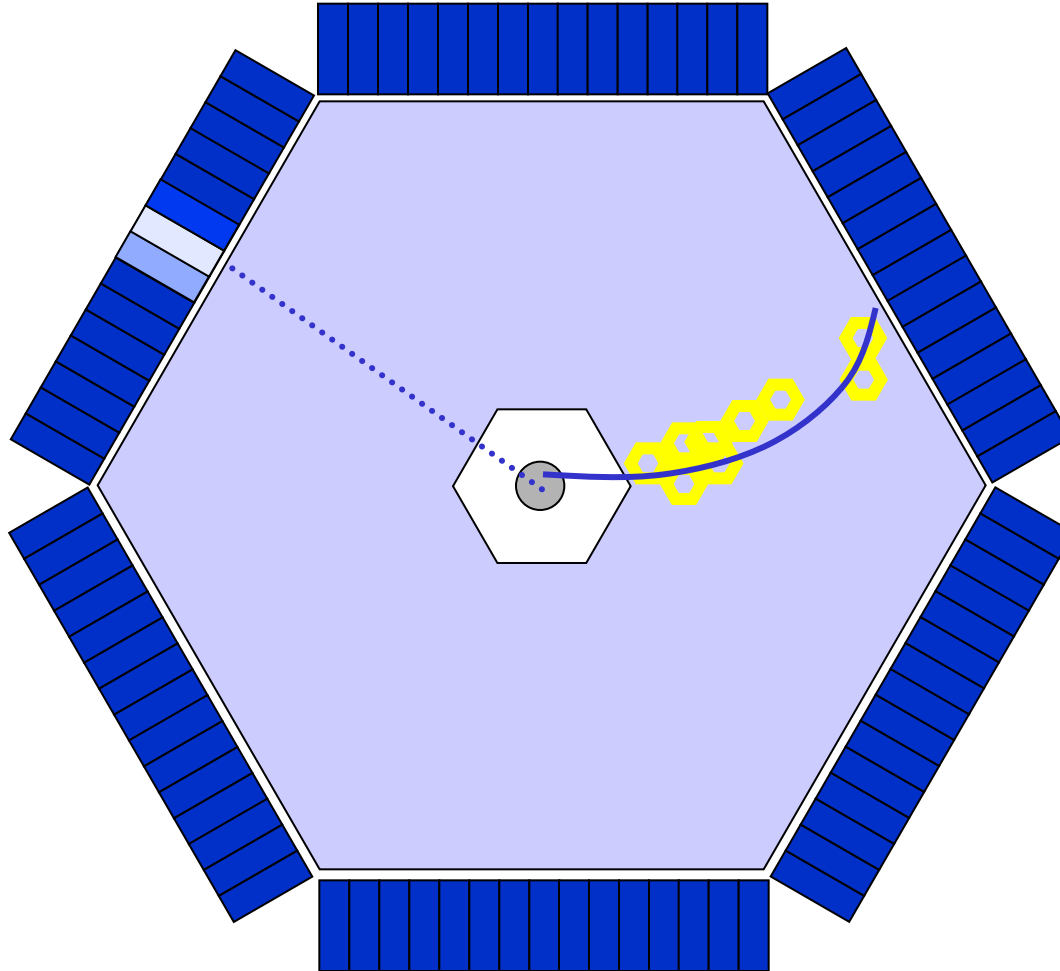
- La reconstruction est l'opération qui permet de passer des données brutes d'un sous-système à des objets que ce sous-système est conçu pour mesurer:
 - Détecteur de vertex:
 - Coups dans cellules \rightarrow vertex
 - Chambre à traces:
 - Coup dans cellules \rightarrow traces chargées
 - Calorimètre
 - Cristaux, cellules, etc... \rightarrow clusters
 - Détecteur Cherenkov:
 - Cellules, photo-multiplicateurs \rightarrow angle cherenkov
 - Etc...



Principe reconstruction



Principe reconstruction



Représentation des voies électroniques

RUN 0x003F06A ...

EVT 0x005DC0A ...

TRAMP ...

- La prise en compte des données de calibration, permet de corriger les disparités de voie à voie:
 - A un même signal d'entrée, correspondra un même signal de sortie
 - On obtiendra une réponse uniforme sur l'ensemble des voies d'un sous-système
- On « met de niveau » les voies d'électroniques

81
50
70
01
90
31
77

BASE DONNEES
CALO

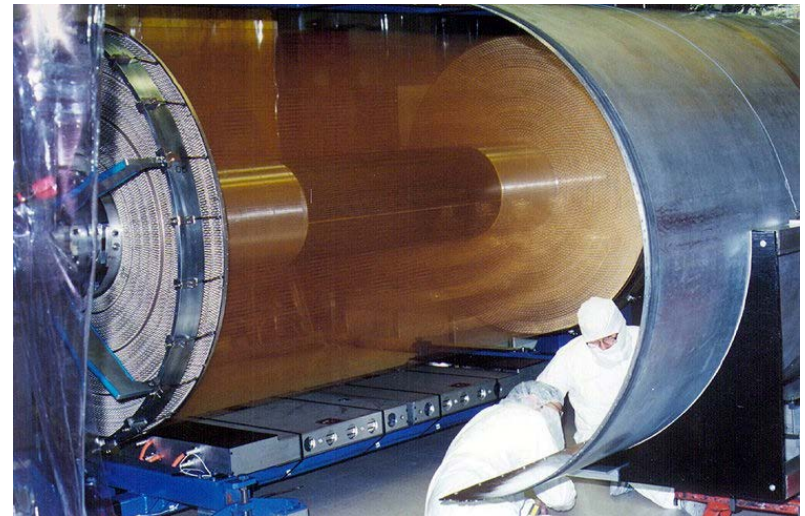
BASE DONNEES
CHAMBRE
A TRACES

Calibration: mais encore...

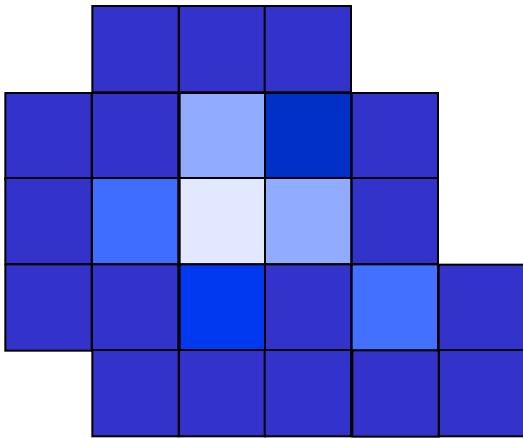
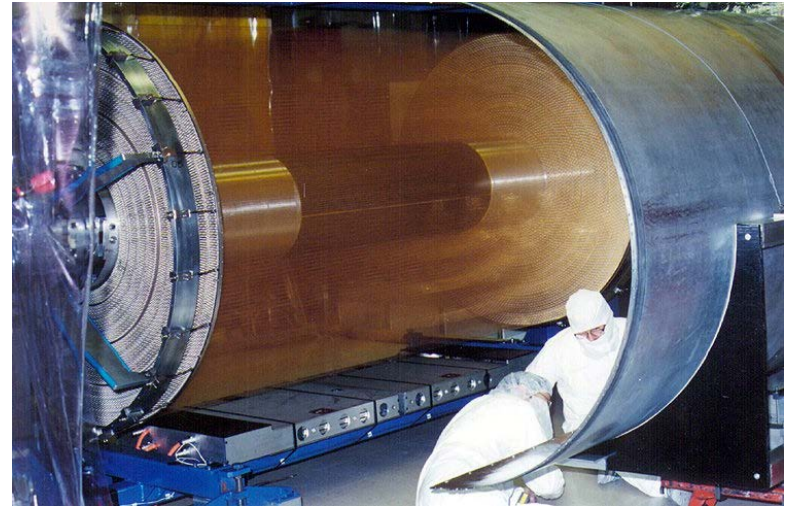
- La calibration concerne par exemple aussi la « mise en temps » de voies d'électroniques
 - Assure qu'un signal arrivant à t est bien mesuré comme tel par les voies
- La calibration ne concerne pas que la réponse des voies d'électroniques.
- Certains effets physique doivent être corrigés
- Exemple:
 - Fil idéal:



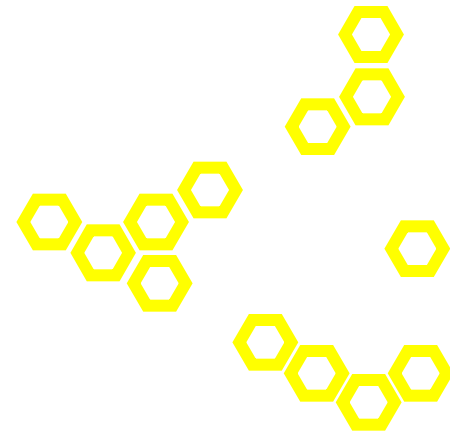
- Fil « réel »:



Algorithmie: patterns

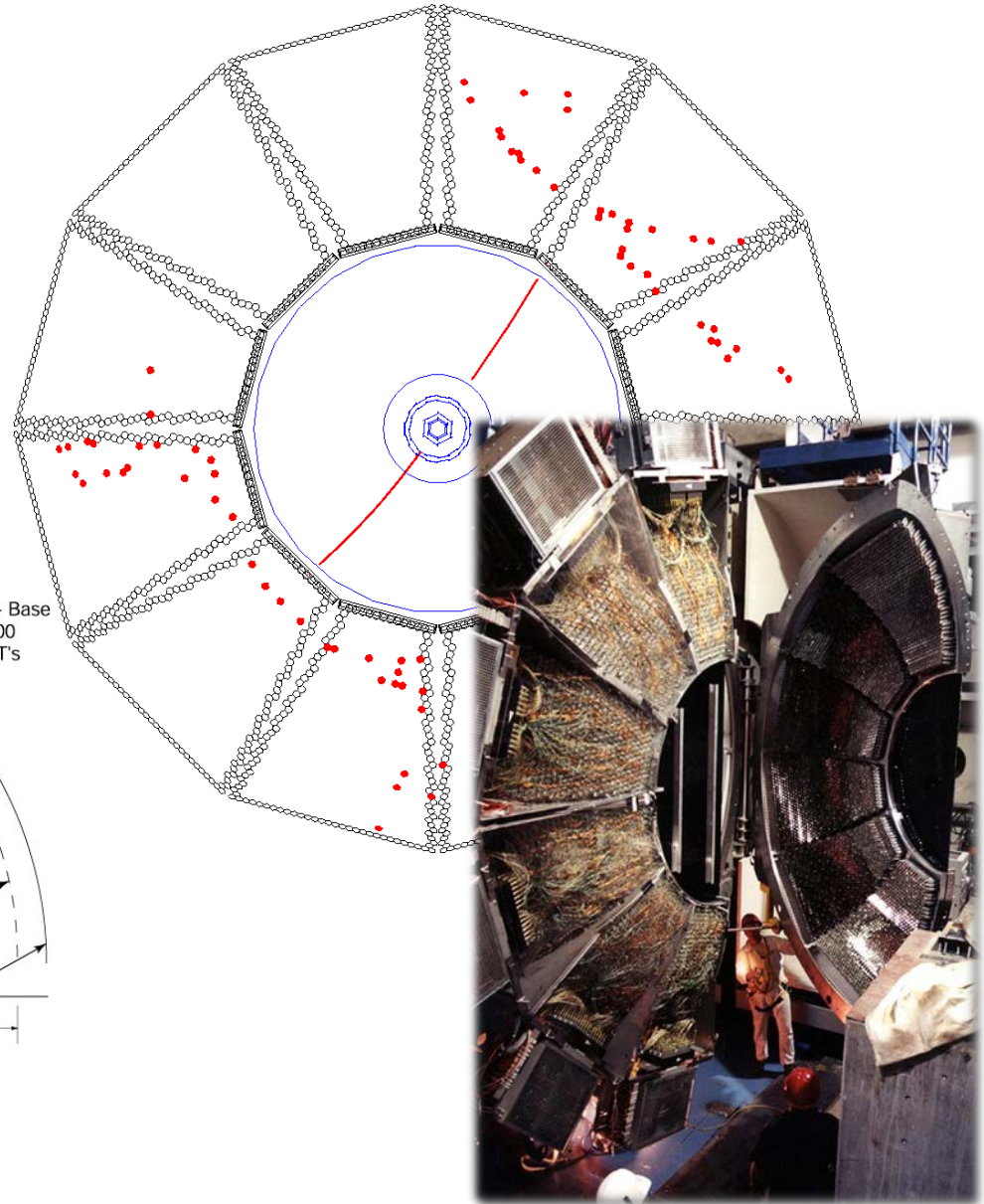
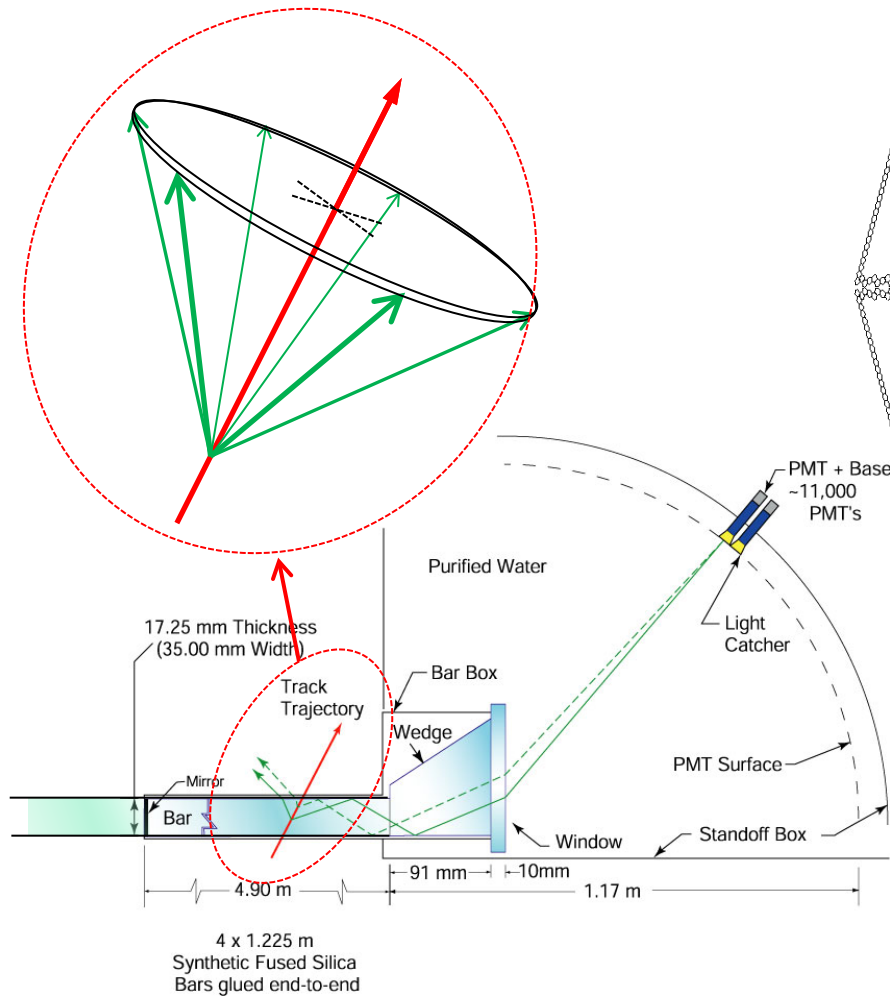


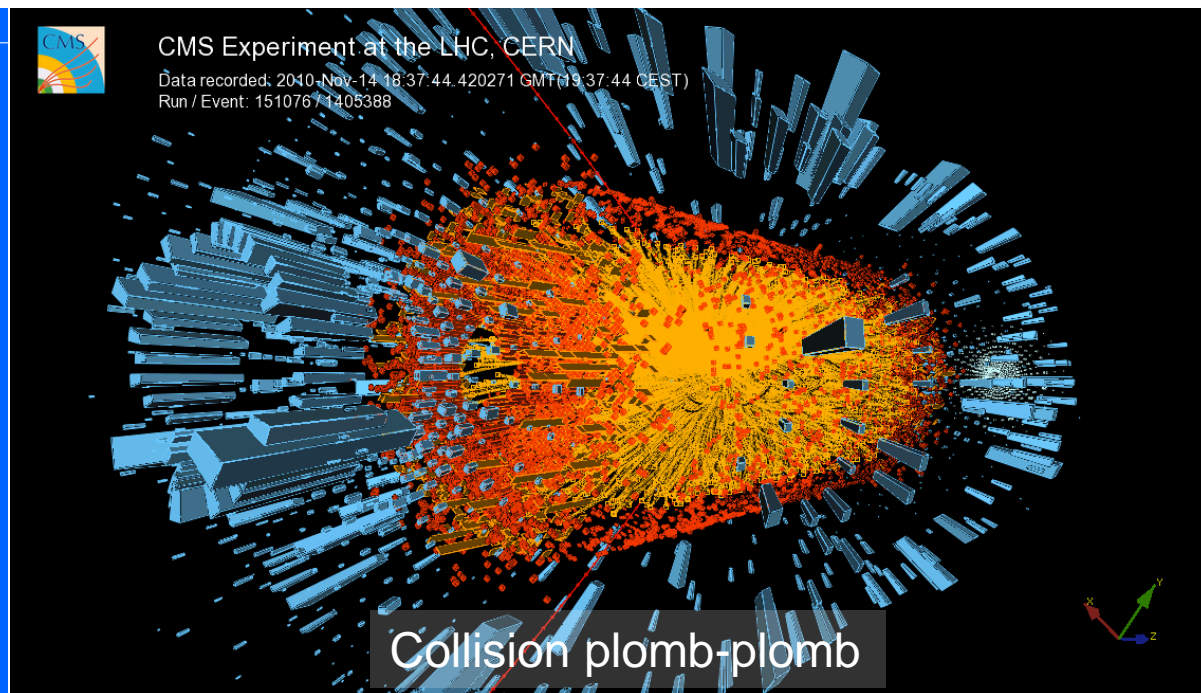
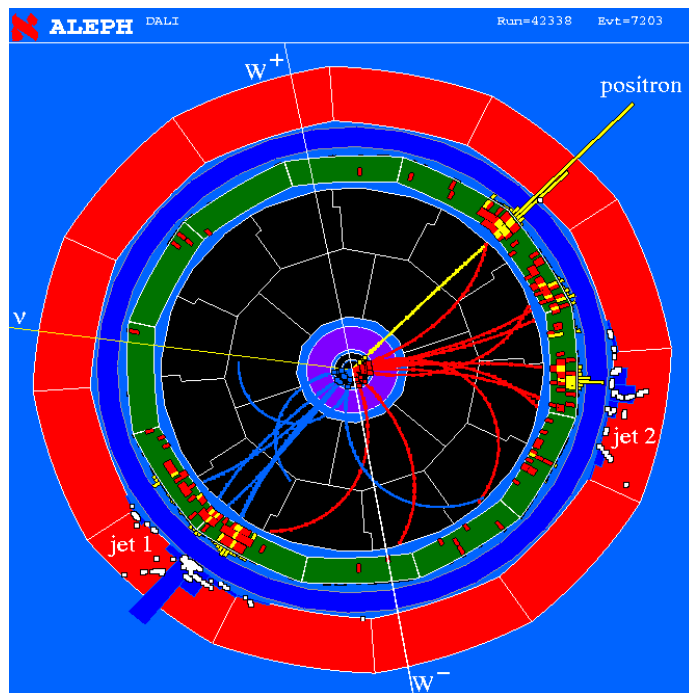
- Ex pattern cluster



- Ex pattern chambre à traces

Algorithmie: ex. reconstruction angle Cherenkov

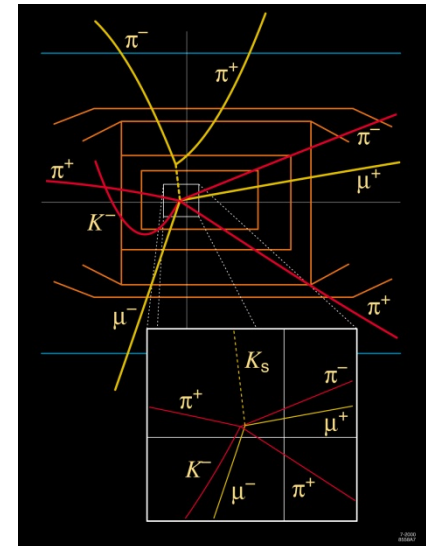




- Pas de choix idéal d'algorithme et/ou de pattern
- La reconstruction n'est donc pas un processus parfait:
 - De vrais objets seront « ratés » parfois
 - De faux objets sont parfois inventés
- Ces imperfections devront être mesurées pour établir les performances des détecteurs.

Et ensuite...

- A l'issue de la reconstruction, on dispose d'objets comme:
 - Trace chargées, ou segment de traces (dans détecteur de vertex)
 - Clusters
 - etc...
- On inclue parfois dans la reconstruction la construction d'objets de plus haut niveau, qui combinent les informations de plusieurs sous-systèmes:
 - Trace dans détecteur de vertex + chambre à traces
 - Meilleur pointage au point d'interaction
 - Trace dans chambre à traces + cluster dans calorimètre
 - Identification d'électrons
 - Trace + trace, avec « vertexing »:
 - Reconstructions de particules instables:
 $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$
 - Cluster dans calorimètre électromagnétique sans trace associée
 - Photon
 - Trace + information cherenkov
 - Identification de pion, kaon, etc...
 - Etc...



Résumé

- La reconstruction est l'opération qui, partant des données brutes d'un détecteur, « réalise » sa fonction:
 - Production de vertex, traces, clusters, angles cherenkov...
- Cette reconstruction nécessite la connaissance de:
 - La position des voies d'électroniques
 - De la caractéristique de leur réponses
 - Piédestaux, gains, etc..
 - Ces informations sont consignées dans des bases de données
 - Des données de calibration sont prises régulièrement afin d'assurer le contrôle des voies d'électroniques
 - Ces données de calibration sont injectées dans la reconstruction
- La reconstruction se base sur des algorithmies
 - Elle fait le choix de patterns
 - Qui ont leurs limitations
- Les informations issues de la reconstruction peuvent elles-mêmes être combinées pour
 - Identifier les particules
 - Fabriquer de nouveaux objets/particules:
 - Ex: combinaison de traces chargées + vertexing → obtention de K^0_S
- ... on est à la lisière de l'analyse de physique.

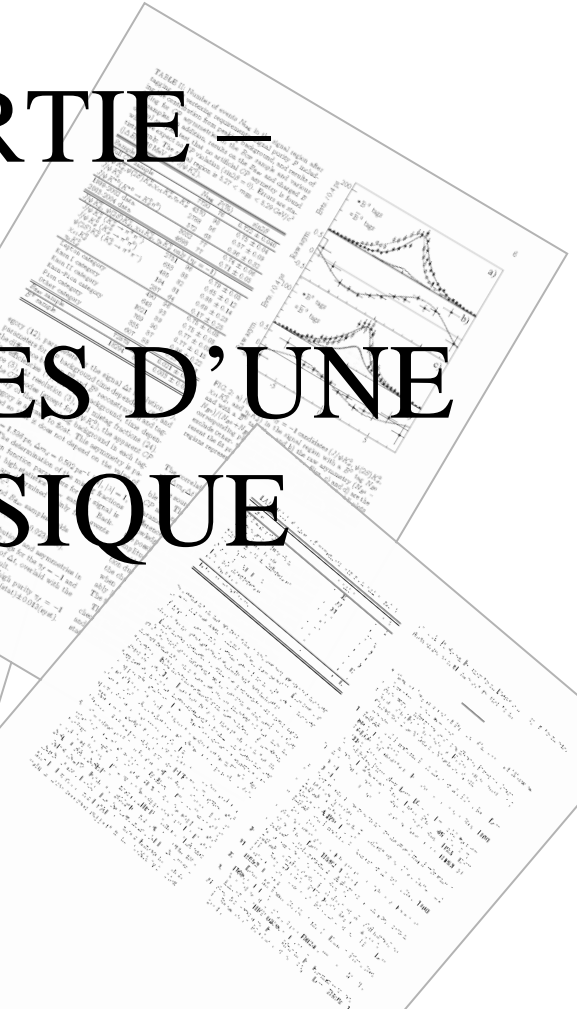
Improved Measurement of CP Asymmetries in $B^0 \rightarrow (D^0)K^{*0}$ Decays

– DEUXIÈME PARTIE –

LES GRANDES LIGNES D'UNE MESURE DE PHYSIQUE

TABLE I: Summary of measured CP asymmetries and their uncertainties. The table lists various decay channels and the corresponding asymmetry values.

Decay Channel	CP Asymmetry
$B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$	$A_{CP}^{\text{meas}} = 0.00 \pm 0.05$
$B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$	$A_{CP}^{\text{meas}} = 0.00 \pm 0.05$
$B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$	$A_{CP}^{\text{meas}} = 0.00 \pm 0.05$

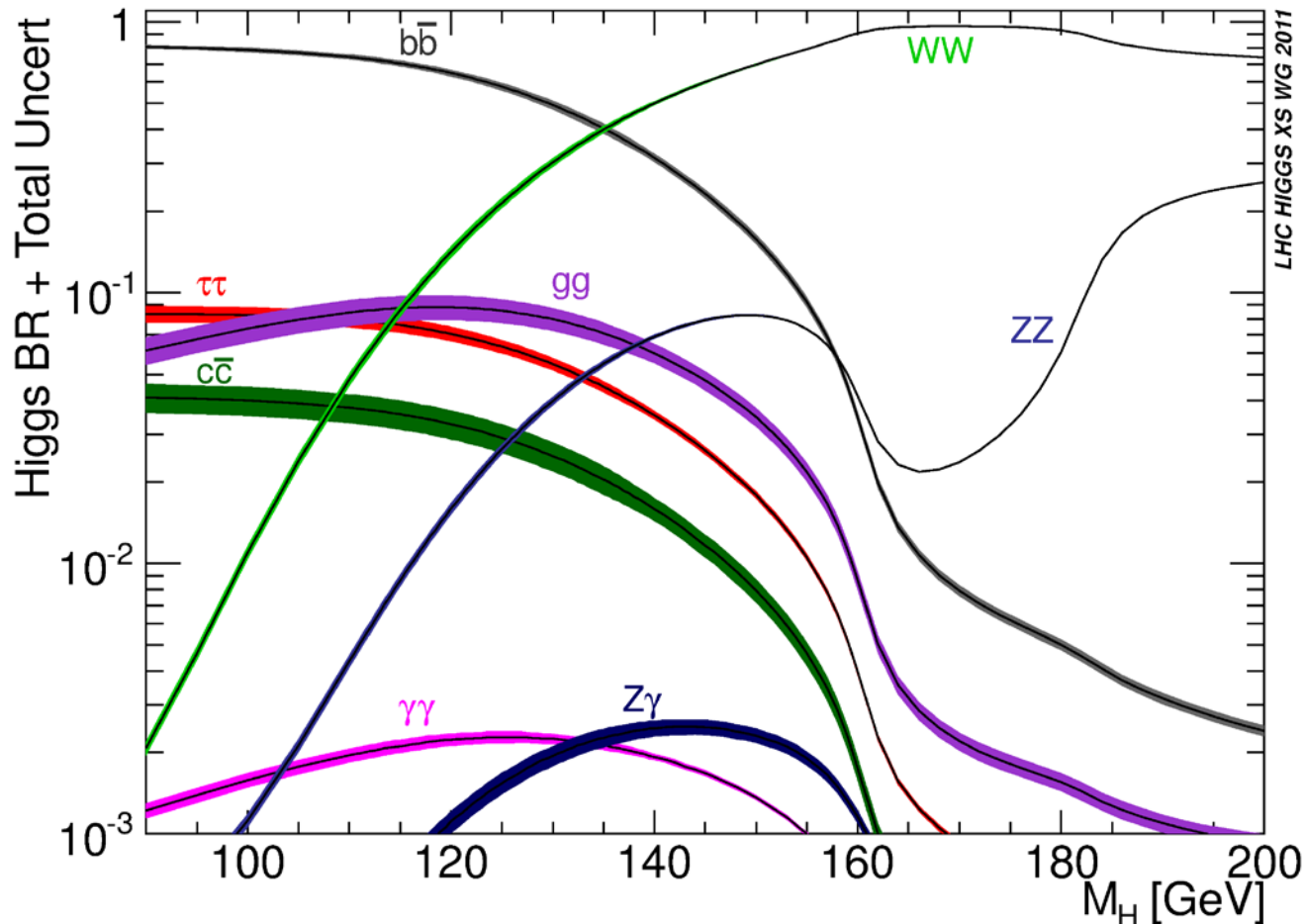


Sur quoi s'appuie une mesure ?

- Le but d'une mesure de physique:
 - Extraire la valeur de paramètre(s) théorique(s)
 - Exemples:
 - Nombre de familles de neutrinos
 - $\sin(2\beta)$
 - Masse du Higgs
- Une mesure de physique exploite certaines désintégrations:
 - Connues pour leur sensibilité à ces paramètres
 - Exemples:
 - Nombre de famille de neutrinos : combine toutes les désintégrations du Z^0
 - Mesure de $\sin(2\beta)$: désintégrations $B^0 \rightarrow J/\Psi K_s^0$
 - Masse du Higgs: toutes désintégrations suffisamment abondantes (et reconnaissables)

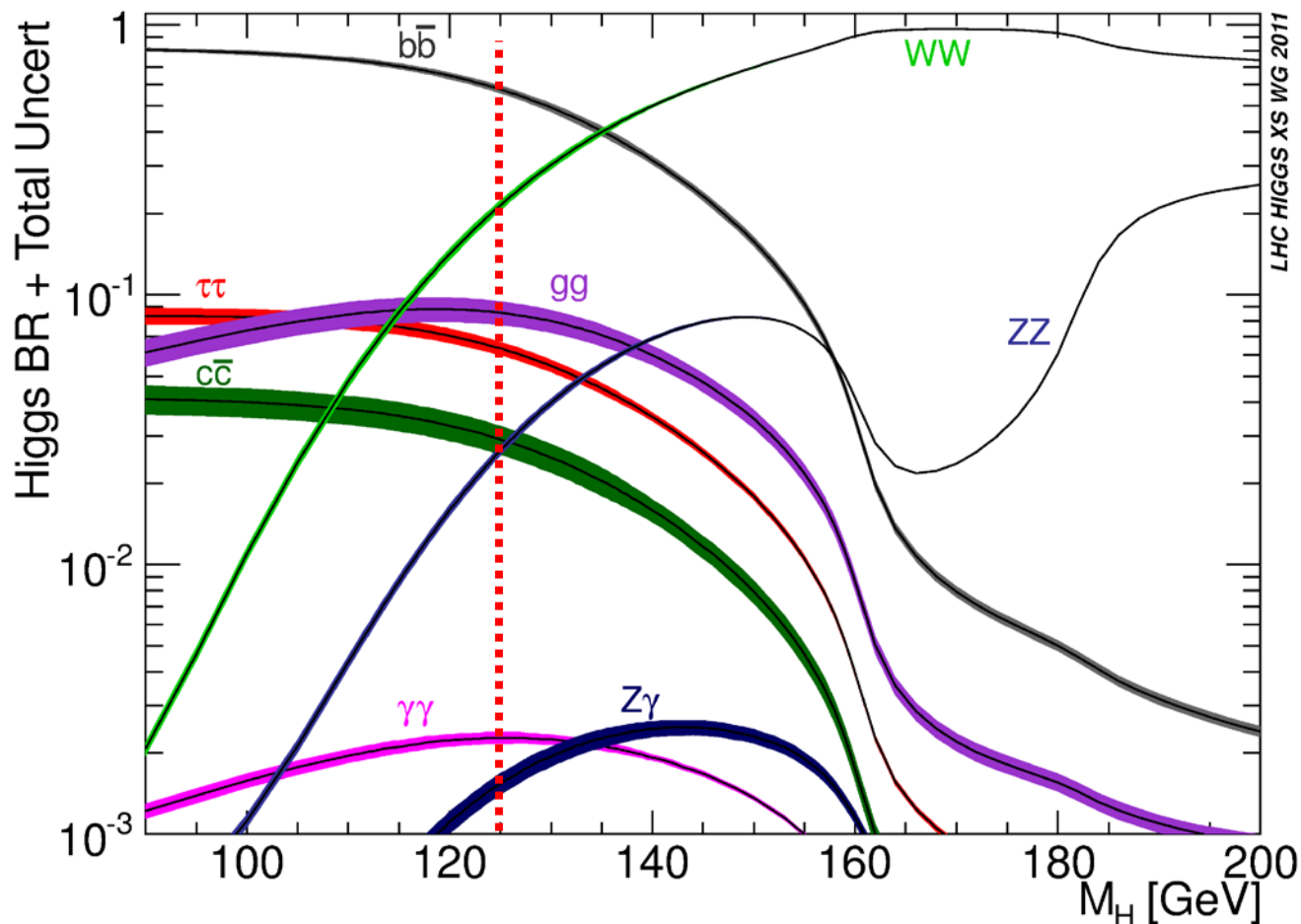
Exemple: recherche de Higgs

- Essentiellement un problème de signal/bruit:
 - Sélection de mode de désintégration avec des signatures suffisamment claires pour être distinguées du bruit



Exemple: recherche de Higgs

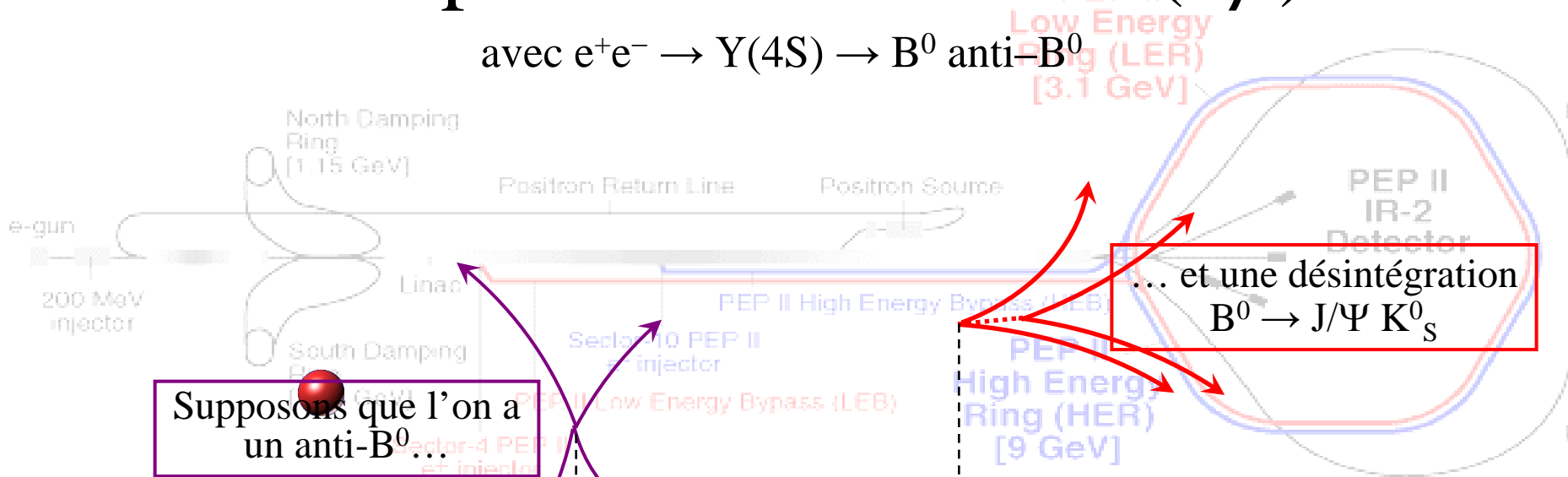
- Essentiellement un problème de signal/bruit:
 - Sélection de mode de désintégration avec des signatures suffisamment claires pour être distinguées du bruit



LHC HIGGS XS WG 2011

Exemple: sensibilité à $\sin(2\beta)$

avec $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B^0 \text{ anti-}B^0$



Supposons que l'on a un anti- B^0 ...

... et une désintégration $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$

Mesure de Δz permet mesure de Δt

Et si $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$ survient en premier, on dit $\Delta t < 0$

Au départ, dans BABAR et BELLE, la paire B anti-B est « boostée » vers l'avant grâce à l'asymétrie des faisceaux e^- (9 GeV), e^+ (3.1 GeV)

Exemple: sensibilité à $\sin(2\beta)$

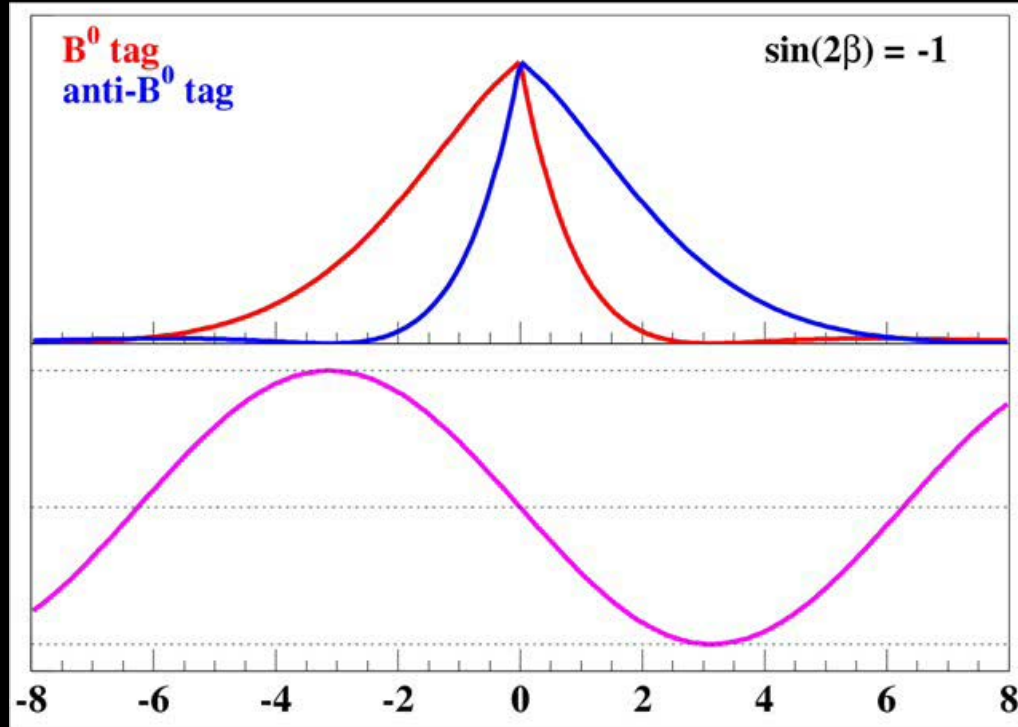
avec $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B^0 \text{ anti-}B^0$

Probabilité de désintégration à Δt
(entre Δt et $\Delta t + \delta\Delta t$)

+1

$$\text{Asymétrie} = \frac{B^0 - \text{anti-}B^0}{B^0 + \text{anti-}B^0}$$

-1



(cliquer sur l'animation pour démarrer)

Δt (ps)

Comment procède la mesure ?

- survol (puis plus de détails) -

- En trois grandes étapes:
 - I. La sélection des désintégrations d'intérêt
 - Désintégration d'intérêt = « signal »
 - On parle de « sélection », tout court
 - II. La modélisation des données sélectionnées et l'ajustement
 - Prise en compte des imperfections/effets expérimentaux
 - Ou comment les données retenues représentent une vue « déformée » du modèle théorique *à cause des effets expérimentaux*
 - Permet ensuite l'extraction ou la mesure elle-même du/des paramètres théoriques recherchés
 - Réalisé par « ajustement » ou « fit »
 - Et fournit une incertitude « statistique » : la fourchette dans laquelle peuvent varier les paramètres du au fait que l'on ne dispose pas d'un nombre infini de désintégrations signal
 - III. L'estimation des incertitudes « systématiques »
 - La modélisation elle-même n'étant pas parfaite, quelles incertitudes cela entraîne-t-il sur les paramètres mesurés ?

Mais tout de même...

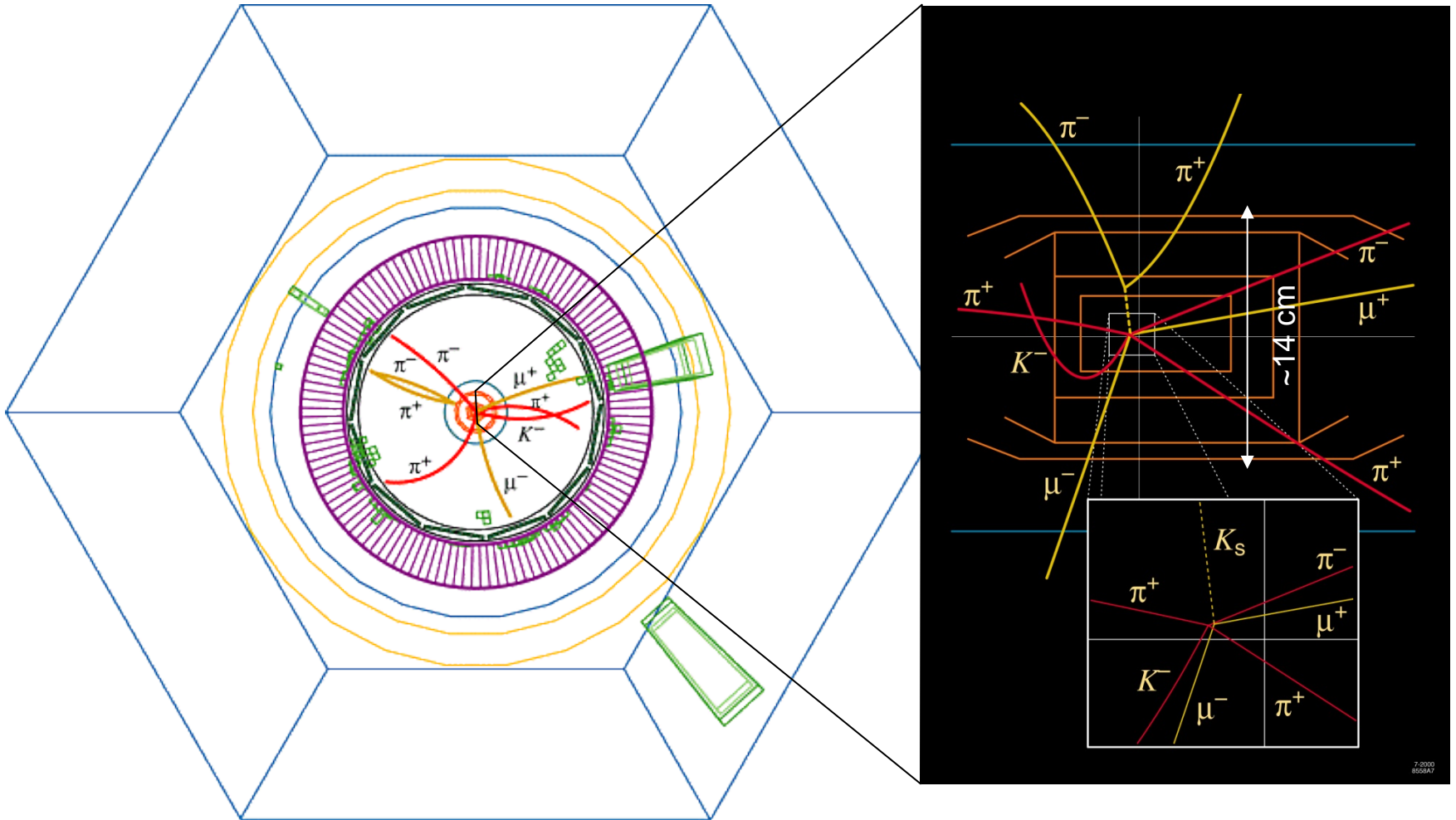
- Si ces grandes étapes se retrouvent dans la plupart des études de physiques, les problèmes à résoudre lors de chacune de ces étapes sont en général ****TRÈS**** différents d'une analyse à une autre !
- Ceci à cause:
 - des différences entre signaux
 - donc de la sélection à mettre en œuvre...
 - et donc des bruits de fonds
 - Et ceci, au sein d'une même expérience !
 - des conditions expérimentales dans lesquels ces signaux sont produits
 - Ex: machines hadroniques versus machines à électrons
 - Recherche/étude du Z^0 , Higgs...
 - Ou aussi production de mésons B:
 - Au LEP, production de B^0 , B^+ mais aussi B_s , etc...
 - A PEP-II/BABAR: production de B^0 et B^+ seulement
 - Etc...
- Les solutions à apporter diffèrent donc entre analyses de physique
- Illustration (non exhaustive) de ces étapes

I. La sélection

- Vise à séparer le signal des autres désintégrations
 - S'appuie sur les/des caractéristiques du signal
 - Qu'est-ce qui le différencie des autres désintégrations ?
- Processus pas 100% efficace
 - Des désintégrations sont perdues
 - A cause de la sélection elle-même
 - Mais au départ aussi du détecteur: n'étant pas complètement « hermétique », certaines particules « échappent » à la détection
 - On perd couramment de 10% à 90% (99% ...) de signal !
- Processus pas 100% sélectif
 - Des désintégrations non désirées sont retenues
 - On parle de « bruit de fond »
 - Les niveaux de bruit de fond sont extrêmement variables: de ~100% de pureté à quelques %, voire moins

Exemple sélection: $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$ (0)

$J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ et $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$



Exemple sélection

Extrait PDG
Il y a en 4 pages !

- Le problème:
 - Rapport de branchement
 - C'est-à-dire une désintégration de $B^0 \dots$
- Comment distinguer ces
 - Deux critères:
 - Le J/Ψ :
 - Le J/Ψ (qui est de charge nulle) se désintègre en pions dans chaque cas
 - » $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ ou $\mu^+\mu^-$
 - » Soit 12 % des désintégrations
 - Les leptons sont plutôt « rares » (la désintégration la plus fréquente est le pion), et $J/\Psi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$
 - ⇒ Bon critère de distinction
 - Cela veut dire aussi que les désintégrations de J/Ψ en leptons sont rares !

$J/\psi(1S)$ DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	
hadrons	(87.7 ± 0.5) %	
virtual $\gamma \rightarrow$ hadrons	(17.0 ± 2.0) %	
e^+e^-	(5.93 ± 0.10) %	1548
$\mu^+\mu^-$	(5.88 ± 0.10) %	1545
Decays involving hadronic resonances		
$\rho\pi$	(1.27 ± 0.09) %	1448
$\rho^0\pi^0$	(4.2 ± 0.5) × 10 ⁻³	1448
$a_2(1320)\rho$	(1.09 ± 0.22) %	1123
$\omega\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$	(8.5 ± 3.4) × 10 ⁻³	1392
$\omega\pi^+\pi^-$	(7.2 ± 1.0) × 10 ⁻³	1435
$\omega f_2(1270)$	(4.3 ± 0.6) × 10 ⁻³	1142
$K^*(892)^0\bar{K}_2^*(1430)^0 + c.c.$	(6.7 ± 2.6) × 10 ⁻³	1012
$\omega K^*(892)\bar{K} + c.c.$	(5.3 ± 2.0) × 10 ⁻³	1097
$K^+\bar{K}^*(892)^- + c.c.$	(5.0 ± 0.4) × 10 ⁻³	1373
$K^0\bar{K}^*(892)^0 + c.c.$	(4.2 ± 0.4) × 10 ⁻³	1373
$K_1(1400)^\pm K^\mp$	(3.8 ± 1.4) × 10 ⁻³	1171
$\omega\pi^0\pi^0$	(3.4 ± 0.8) × 10 ⁻³	1436
$b_1(1235)^\pm\pi^\mp$	[gg] (3.0 ± 0.5) × 10 ⁻³	1300
$\omega K^\pm K_S^0\pi^\mp$	[gg] (2.9 ± 0.7) × 10 ⁻³	1210
$b_1(1235)^0\pi^0$	(2.3 ± 0.6) × 10 ⁻³	1496
$\phi K^*(892)\bar{K} + c.c.$	(2.04 ± 0.22) × 10 ⁻³	1433
$\omega K\bar{K}$		1533
$\omega f_0(1710) \rightarrow K\bar{K}$		1368
Decays into stable hadrons		
$2(\pi^+\pi^-\pi^0)$	(3.37 ± 0.26) %	1345
$3(\pi^+\pi^-\pi^0)$	(2.9 ± 0.6) %	1407
$\pi^+\pi^-\pi^0$	(1.50 ± 0.20) %	875
$\pi^+\pi^-\pi^0 K^+K^-$	(1.20 ± 0.30) %	768
$4(\pi^+\pi^-\pi^0)$	(9.0 ± 3.0) × 10 ⁻³	938
$\pi^+\pi^-\pi^0 K^+K^-$	(7.2 ± 2.3) × 10 ⁻³	697
$\phi\pi^+\pi^-$	(1.10 ± 0.29) × 10 ⁻³	S=1.3 596
$\phi\pi^0\pi^0$	(1.03 ± 0.13) × 10 ⁻³	S=1.7 871
$\phi f_2'(1525)$	(9 ± 4) × 10 ⁻⁴	S=2.7 871
$\phi f_2'(1525)$	(8 ± 4) × 10 ⁻⁴	1365
$\phi\pi^+\pi^-$	(8.0 ± 1.2) × 10 ⁻⁴	1114
$\phi K^\pm K_S^0\pi^\mp$	[gg] (7.2 ± 0.9) × 10 ⁻⁴	

Exemple sélection: $B^0 \rightarrow J/\Psi K^0_S$ (2)

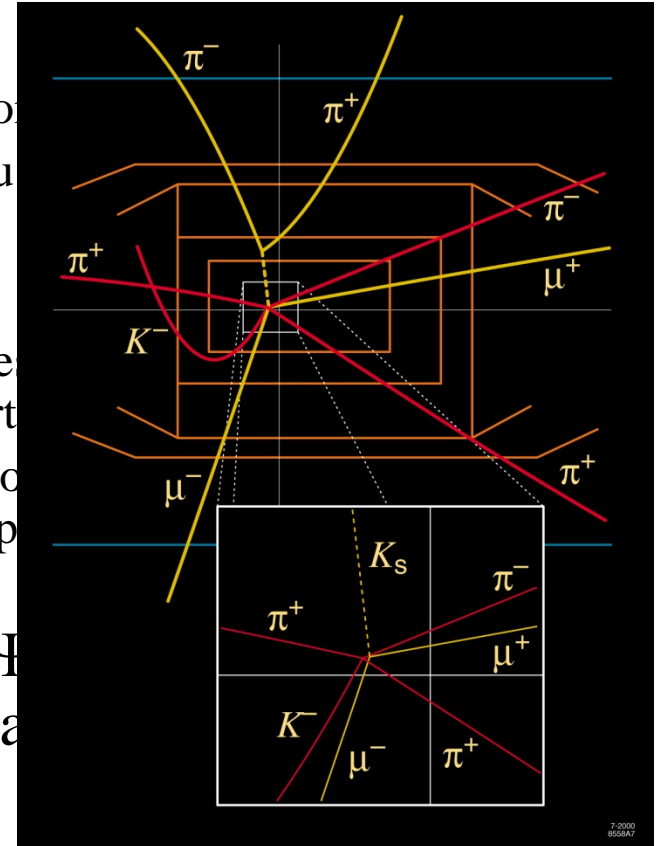
- Le K^0_S :

- On utilise sa désintégration en paire de pions
 - » Chargés et neutres (je ne parle que du chargé)
 - » $K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-$
- Le K^0_S « vole » avant de se désintégrer
 - » Son vertex (point de désintégration) est éloigné du vertex principal (d'où proviennent la majorité des particules)
 - » Et donc permet de sélectionner les pions en analysant leur trajectoire, laissant de côté les nombreux autres pions produits par d'autres interactions

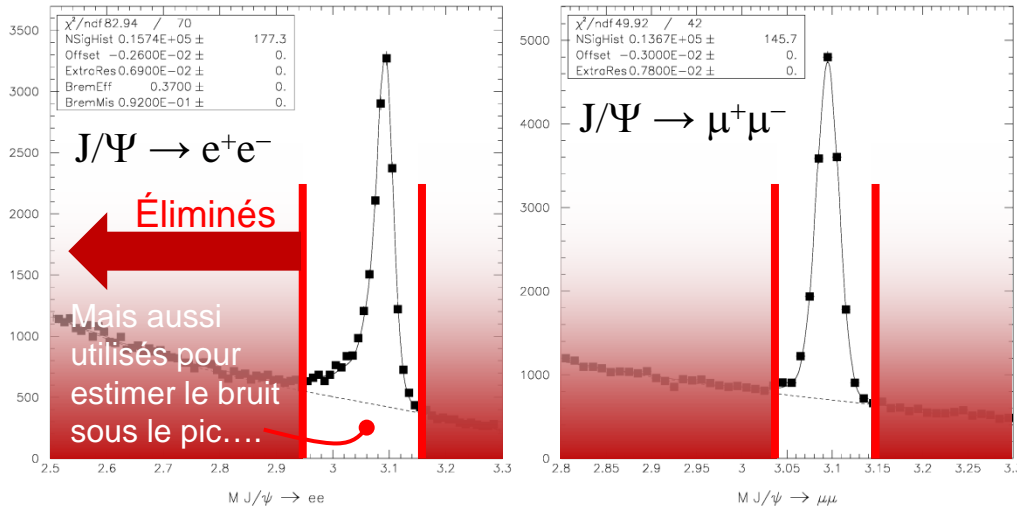
- On assemble ensuite les (candidats) J/Ψ en analysant les combinaisons qui ont une masse compatible avec celle du J/Ψ ($5.279 \text{ GeV}/c^2$)

- Assemblage = somme des quadri-vecteurs du J/Ψ et K^0_S

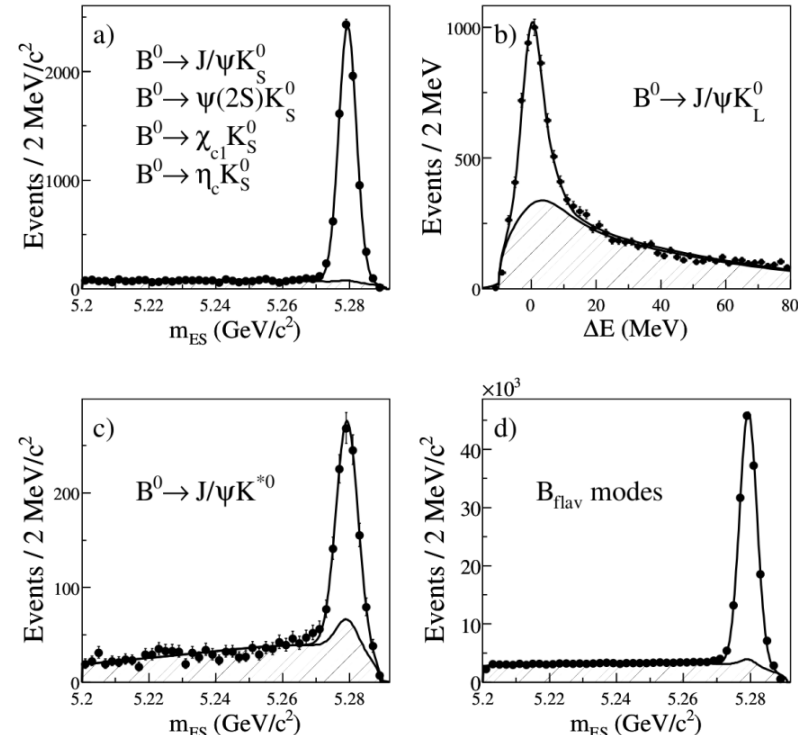
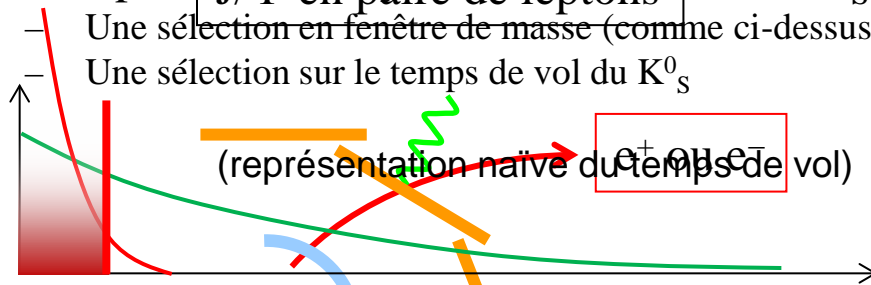
- En vérité, des contraintes cinématiques sont ajoutées, qui permettent d'affiner la résolution sur la masse etc...



Exemple de candidats sélectionnés



- Et on procède de façon similaire avec les K_S^0 en paire de leptons
- Une sélection en fenêtre de masse (comme ci-dessus)
- Une sélection sur le temps de vol du K_S^0

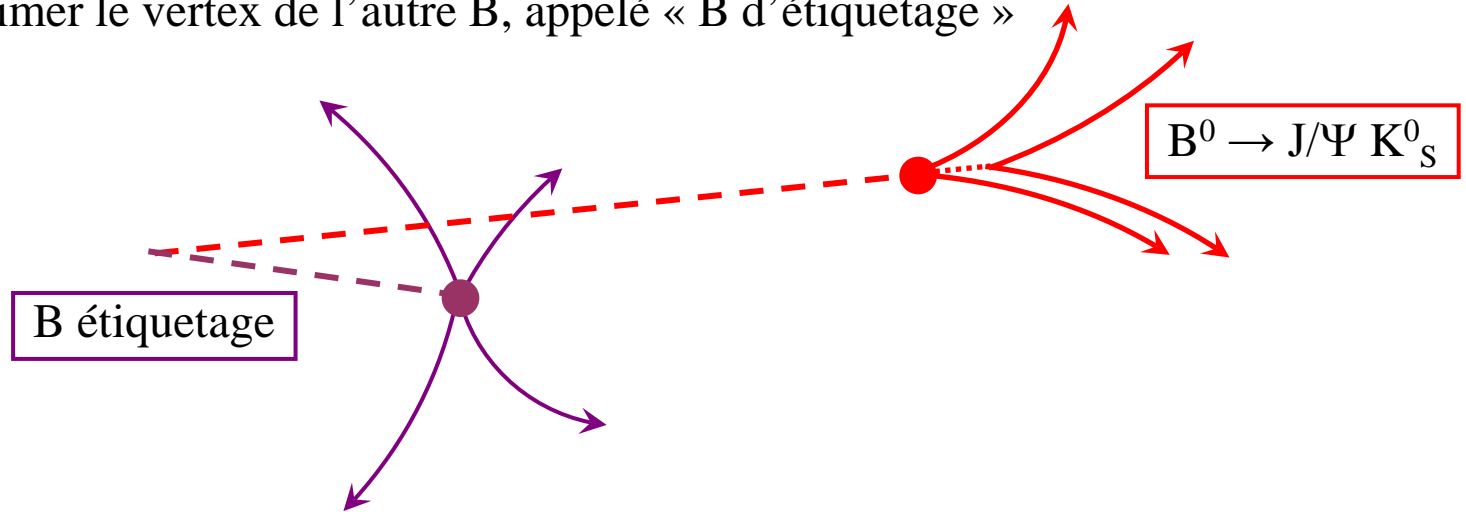


B en divers modes
(sur ~465 millions de paires produites !)

- Un outil (quasiment) indispensable pour étudier les critères de sélection est la « simulation »
 - on en reparlera

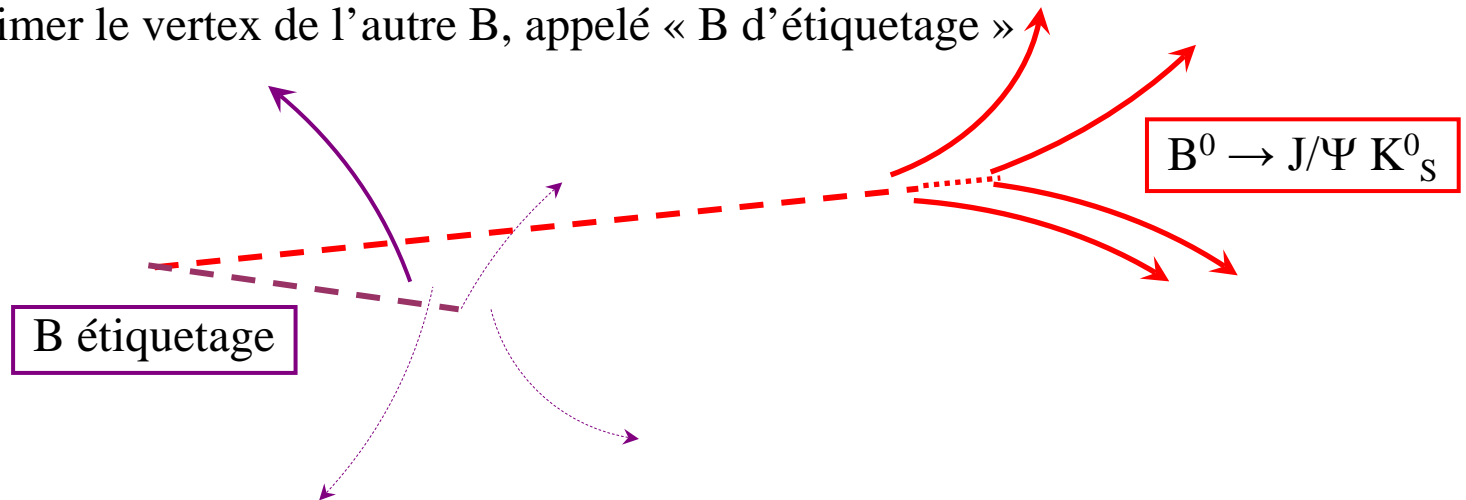
Données collectées

- On peut alors calculer/extraire/collecter, pour chacun de ces événements sélectionnés, la quantité sur laquelle se base la mesure
- Dans notre exemple avec $\sin(2\beta)$, il s'agit de Δt
- Cela suppose:
 - De mesurer le point de désintégration, ou vertex, du (candidat) $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$
 - D'estimer le vertex de l'autre B, appelé « B d'étiquetage »



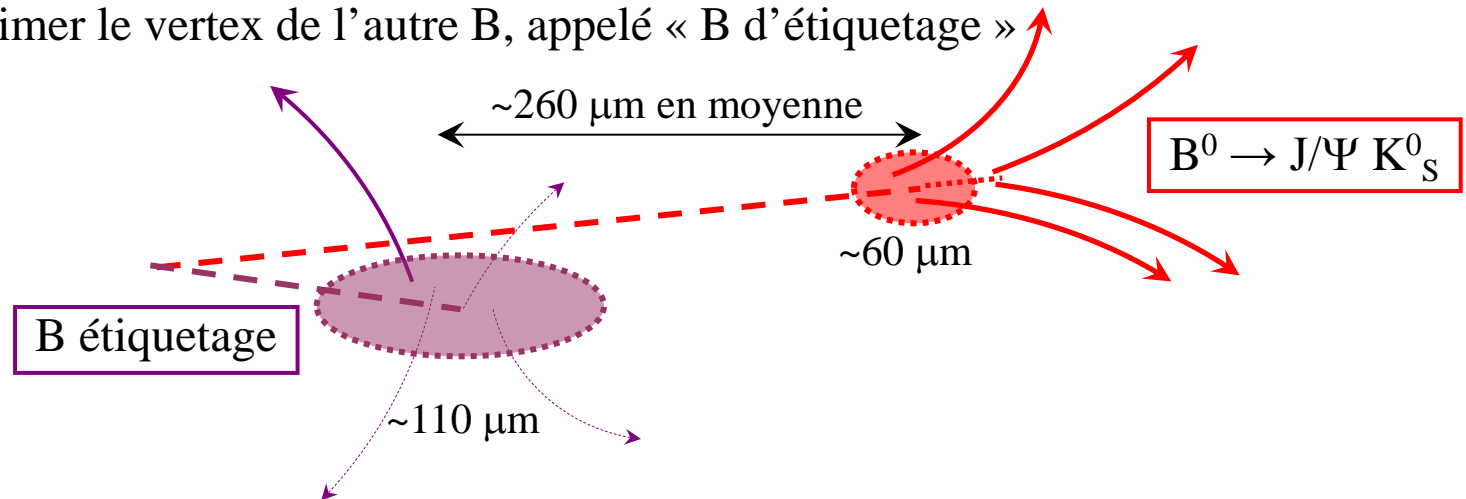
Données collectées

- On peut alors collecter, pour chacun de ces évènements sélectionnés, la quantité sur laquelle se base la mesure
- Dans notre exemple avec $\sin(2\beta)$, il s'agit de Δt
- Cela suppose:
 - De mesurer le point de désintégration, ou vertex, du (candidat) $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$
 - D'estimer le vertex de l'autre B, appelé « B d'étiquetage »



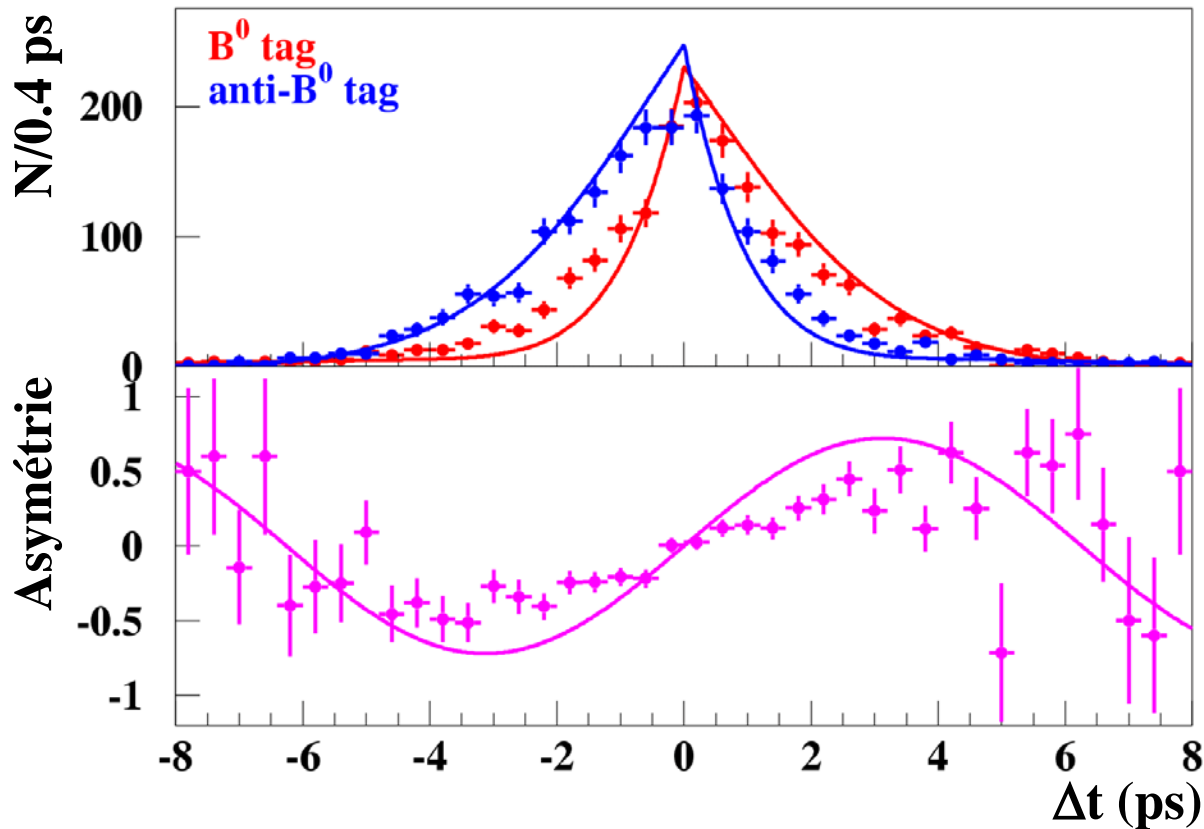
Données collectées

- On peut alors collecter, pour chacun de ces évènements sélectionnés, la quantité sur laquelle se base la mesure
- Dans notre exemple avec $\sin(2\beta)$, il s'agit de Δt
- Cela suppose:
 - De mesurer le point de désintégration, ou vertex, du (candidat) $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$
 - D'estimer le vertex de l'autre B, appelé « B d'étiquetage »



- Et comme il nous faut distinguer les courbes B^0 et anti- B^0 pour le B d'étiquetage, il faut aussi une méthode qui permette cela
 - Qui, à nouveau, n'est ni 100% efficace : on ne sait parfois pas répondre
 - ni 100% sélective : on se trompe parfois
 - Ce point est critique dans cette analyse, mais trop long à développer ici !

Allure des données collectées

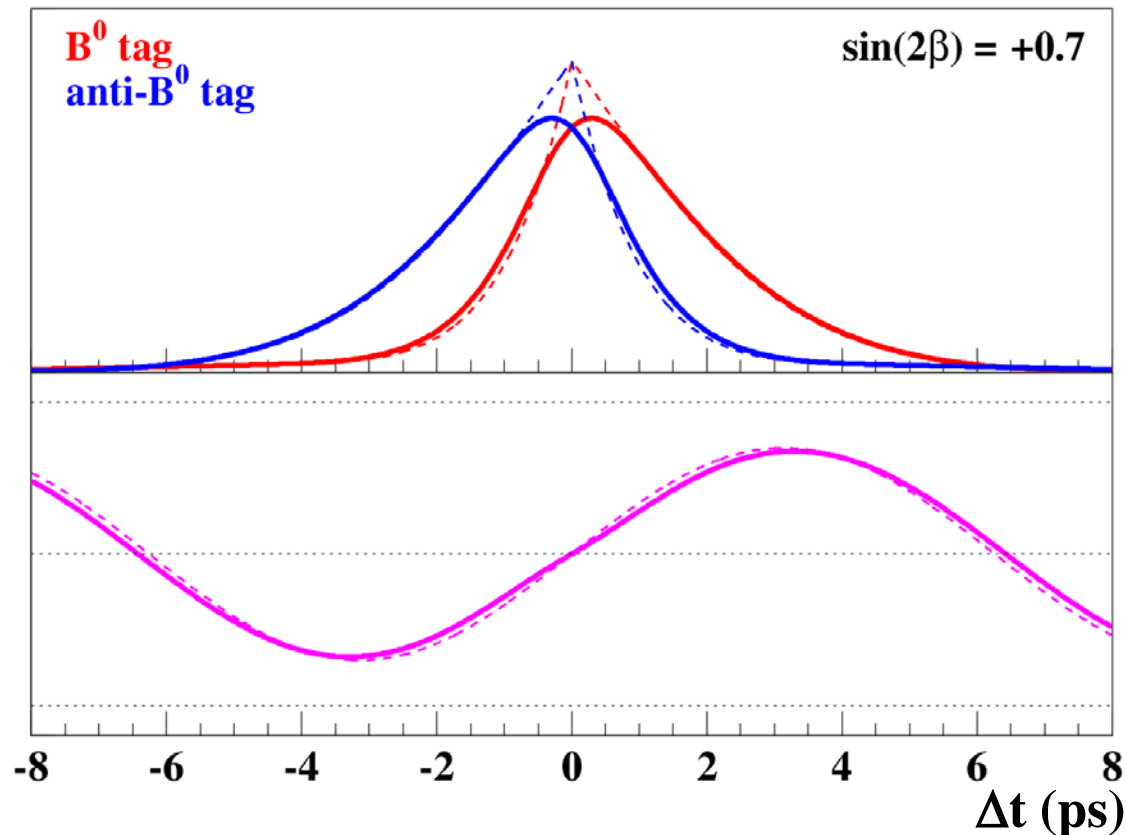


- Et si on superpose le modèle théorique utilisant le résultat publié... 😞
- Normal : on n'a pas tenu compte des effets expérimentaux, l'appareillage n'est pas parfait...

II. La modélisation

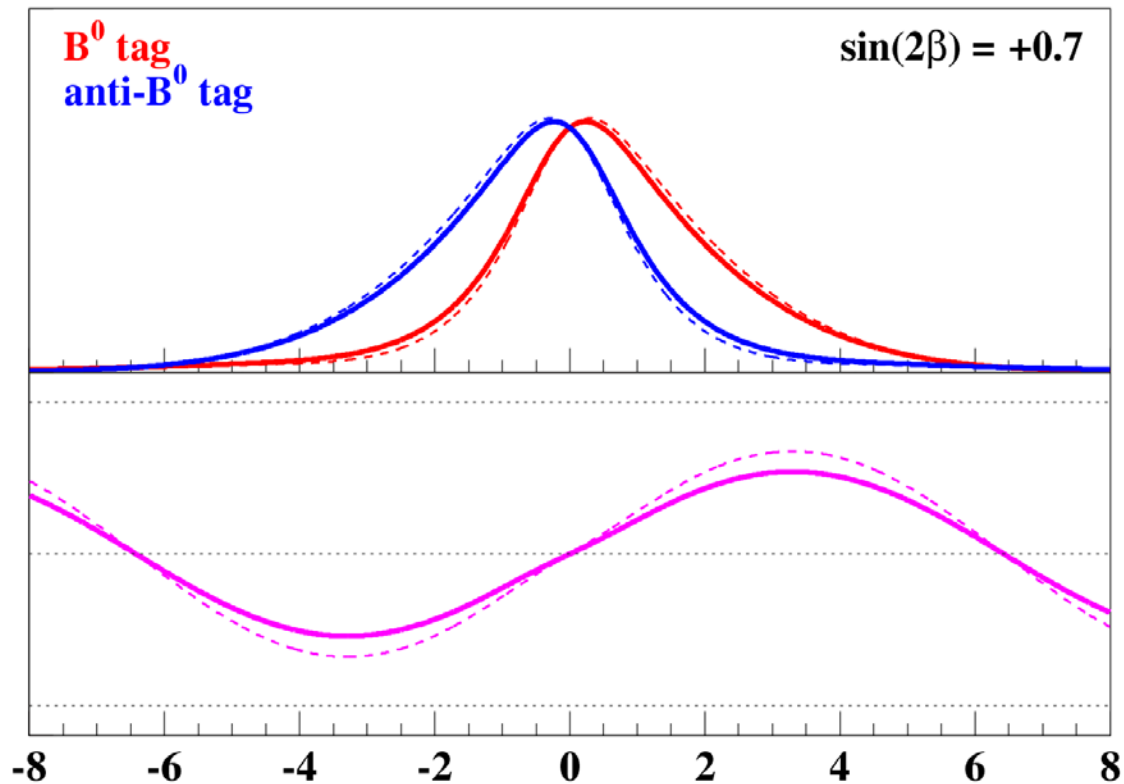
- L'échantillon de données sélectionné/retenu *ne peut pas en général être décrit directement* par le modèle théorique initial à cause des:
 - Pertes de signal
 - Imperfections de mesures de positions, énergies, etc...
 - Ce sont les effets de résolution
 - Présence de bruits de fond
- Il faut tenir compte de ces effets expérimentaux pour décrire le modèle théorique « vu » avec les données:
 - Si l'on ne veut pas fausser la mesure des paramètres
- Là encore, la simulation est souvent utilisée pour :
 - Comprendre et mesurer les effets de résolutions
 - Les sources de bruit de fond.

Exemple de « déformations » du modèle théorique par les effets expérimentaux (1)



- Déformation due à la résolution sur Δt (ici 0.5 ps)
 - Qui est due à la résolution sur Δz

Exemple de « déformations » du modèle théorique par les effets expérimentaux (2)

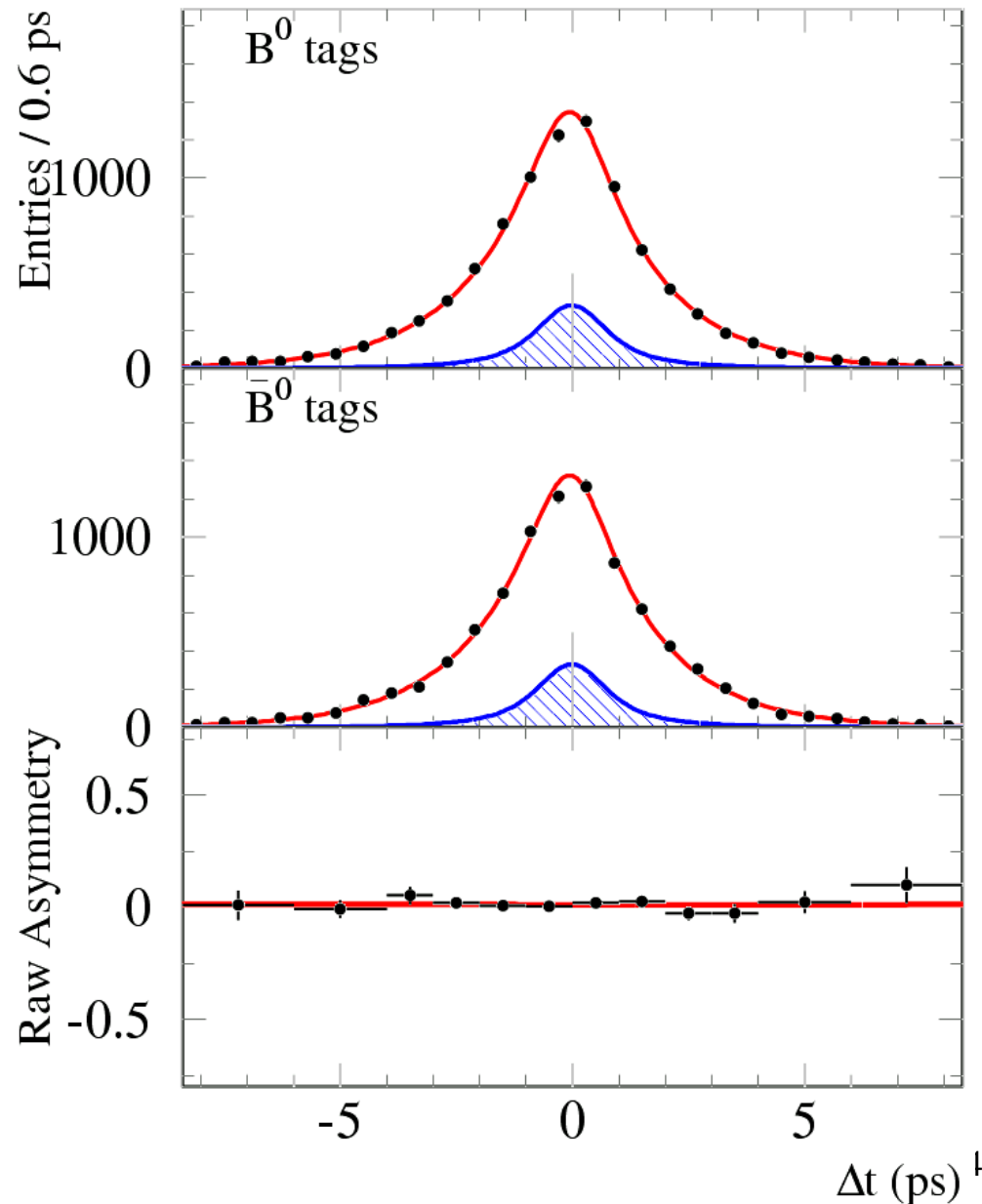


- Déformations due à la résolution sur Δt (ici 0.5 ps) et aux erreurs d'étiquetage (ici 10%)
 - Il en existe d'autres...

Validation(s)

- Avant de se lancer sur un ajustement des paramètres sur les données (c'est-à-dire de faire la mesure), il faut s'assurer que l'on est bien capable... de faire la mesure
 - Ce qu'on appelle la « validation »
- On utilise la simulation/Monté Carlo pour produire des échantillons de données simulées (signal et bruit), que l'on traite comme les données réelles
 - Ces échantillons sont produits avec des valeurs de paramètres connues:
 - Par exemple $\sin(2\beta) = 0.7$
 - Et l'on s'assure que l'ajustement sur le Monté Carlo retourne bien une valeur compatible avec celle utilisée pour la génération.
- On utilise aussi si possible – et autant que possible – des échantillons de données réelles, échantillons de contrôle, pour lesquelles on connaît la valeur du paramètre
 - Par exemple des échantillons pour lesquels $\sin(2\beta) = 0$
 - Permet de « débusquer » d'éventuels effets non pris en compte par la simulation

Exemple échantillon de contrôle

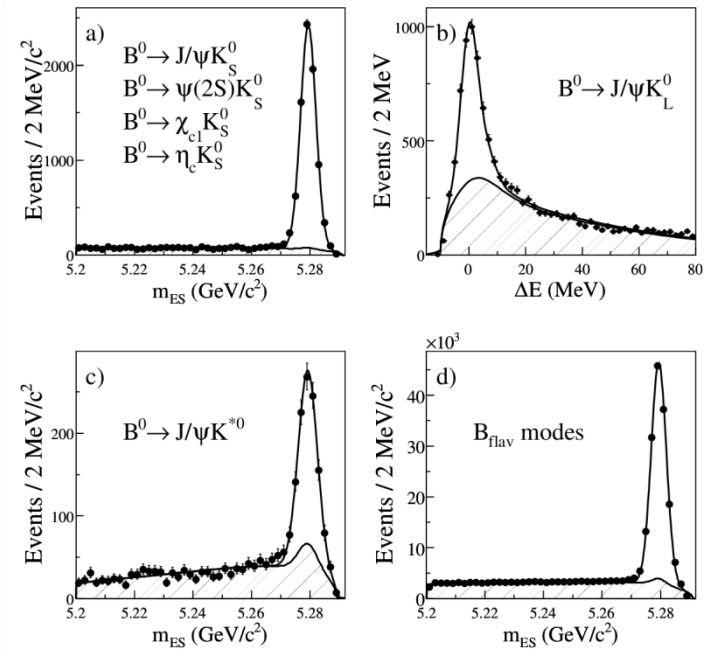


L'ajustement

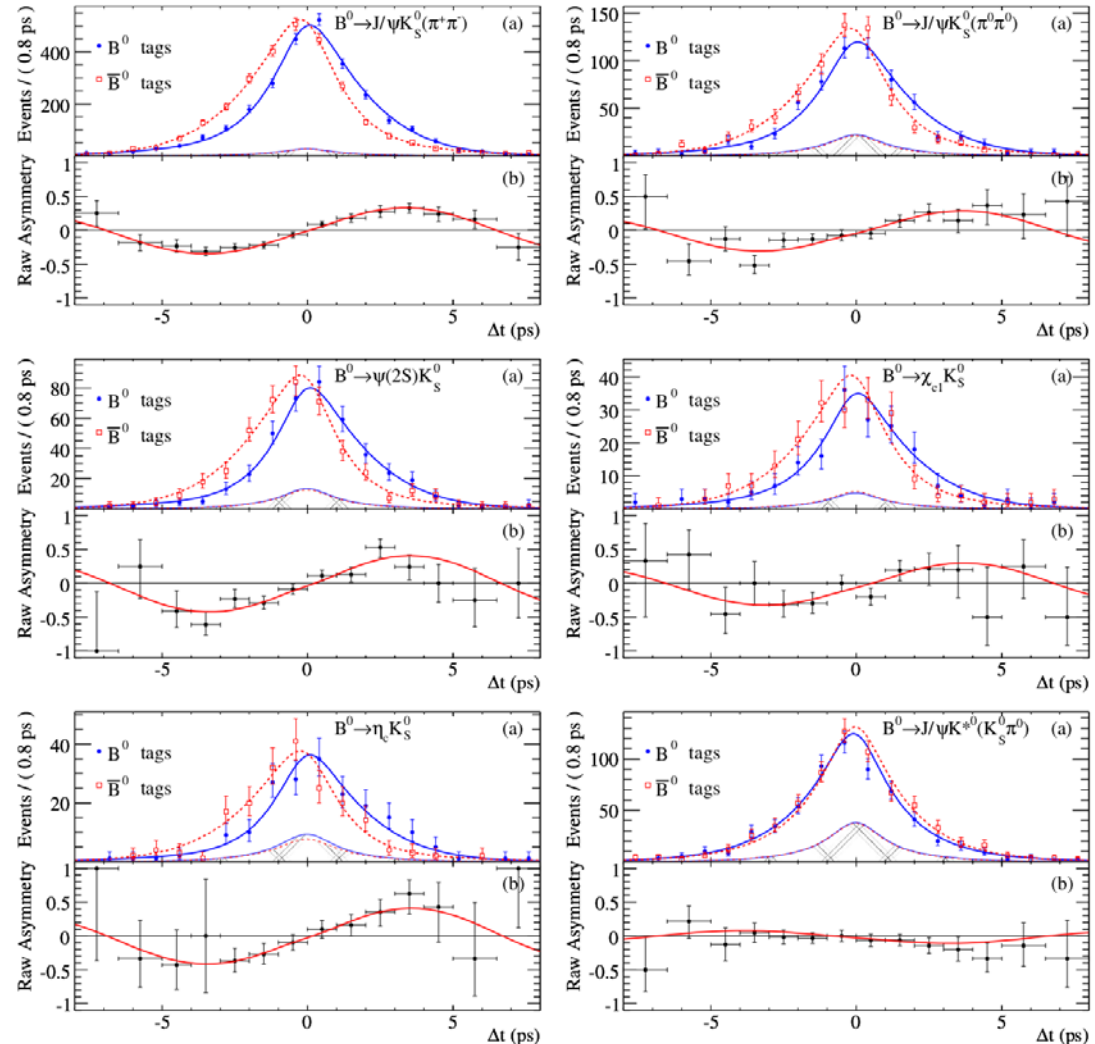
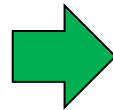
- Une fois **tous** les effets expérimentaux pris en compte, on peut « ajuster » les paramètres théoriques pour que le modèle « colle au mieux » avec les données
 - On reparlera de comment cet ajustement se fait

Un autre problème pour après...

Exemple de résultat d'ajustement



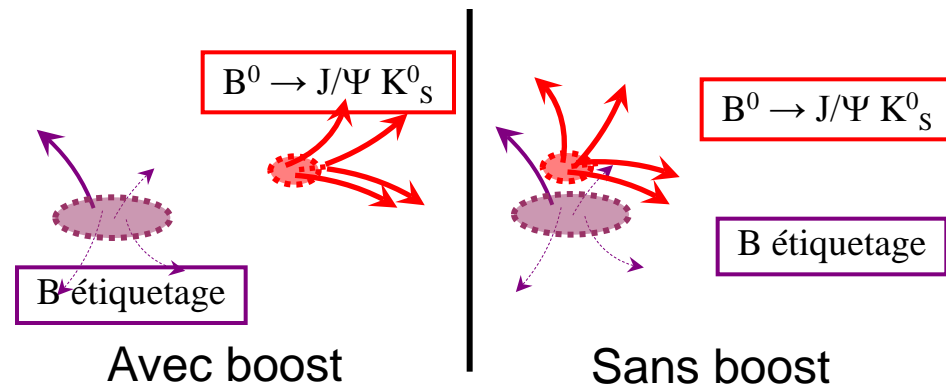
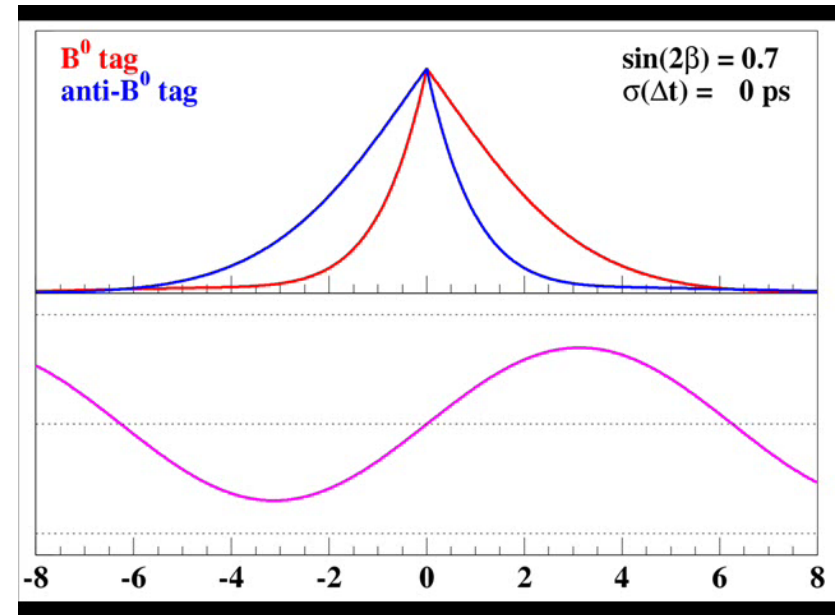
- Les désintégrations collectées
- Les données extraites et ajustées dans l'analyse de violation de CP



Digression :

retour sur la conception de l'expérience

- On peut illustrer le rôle clef de la conception de l'expérience (accélérateur et détecteur) sur cette mesure :
 - La résolution en Δt , et donc Δz , doit être suffisamment bonne pour permettre la mesure de $\sin(2\beta)$
 - En effet...
- Cette résolution est ici obtenue grâce à un accélérateur asymétrique:
 - Les deux mésons B sont projetés (boostés) vers l'avant
 - (permet d'avoir la différence Δt)
- Et une résolution du détecteur de vertex suffisante
 - Et d'une méthode de reconstruction du vertex du « B d'étiquetage », dont le vertex ne peut être estimé que grossièrement, car incomplètement reconstruit...



III. Les incertitudes systématiques

- Le modèle utilisé pour tenir en compte les effets expérimentaux a lui-même ses imperfections:
 - A-t-on pris en compte tous les effets expérimentaux ?
 - La façon dont ces effets sont pris en compte décrit-elle effectivement ces effets ?
 - Dit autrement: le modèle est-il bien adapté ?
 - Dans quelle mesure les hypothèses faites sont-elles justifiées ?
- Le physicien doit donc faire la critique de son modèle et de là, estimer/quantifier les variations sur les paramètres mesurés
 - ... faire son « travail de physicien »
- A nouveau, derrière cette problématique générale, chaque analyse de physique pose des problèmes spécifiques
 - Il n'y a pas de méthode systématique pour étudier les effets systématiques !

Exemple d'incertitudes dues à des effet systématiques

Source/sample		$J/\psi K_S^0(\pi^+\pi^-)$	$J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$	$\psi(2S)K_S^0$	$\chi_{c1}K_S^0$	$\eta_c K_S^0$	$J/\psi K^{*0}$
Beamspot	S_f	0.003	0.002	0.008	0.028	0.001	0.006
	C_f	0.002	0.003	0.009	0.012	0.000	0.000
Mistag differences	S_f	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
	C_f	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
Δt resolution	S_f	0.007	0.007	0.007	0.010	0.016	0.026
	C_f	0.003	0.004	0.007	0.004	0.004	0.006
$J/\psi K_L^0$ background	S_f	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	C_f	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Background fraction and CP content	S_f	0.003	0.007	0.016	0.017	0.051	0.056
	C_f	0.001	0.003	0.006	0.010	0.019	0.026
m_{ES} parameterization	S_f	0.002	0.009	0.024	0.006	0.002	0.037
	C_f	0.001	0.006	0.001	0.002	0.001	0.008
$\Delta m_d, \tau_B, \Delta\Gamma_d/\Gamma_d$	S_f	0.003	0.007	0.016	0.003	0.016	0.014
	C_f	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.001
Tag-side interference	S_f	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	C_f	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
Fit bias (MC statistics)	S_f	0.005	0.004	0.008	0.007	0.007	0.027
	C_f	0.004	0.003	0.002	0.004	0.007	0.039
Total	S_f	0.012	0.017	0.036	0.040	0.057	0.087
	C_f	0.016	0.018	0.020	0.025	0.029	0.054

- Incertitudes ajoutées quadratiquement
 - C'est-à-dire qu'on les suppose indépendantes.

Résumé...

- Une analyse de physique vise à extraire une valeur de paramètres théoriques
- Ces paramètres sont accessibles *via* l'étude de certaines désintégrations
 - Qui conditionnent aussi la conception de l'expérience
- Les désintégrations signal sont extraites de l'ensemble des données grâce à un processus de « sélection »
 - Qui n'est ni 100% efficace, ni 100% sélectif
- Une modélisation des données extraites est nécessaire pour prendre en compte les diverses imperfections expérimentales afin de pouvoir décrire les données observées
 - Perte d'évènements de signal
 - Résolution(s) du détecteur
 - Présence de bruits de fond
 - Etc...
- Cette modélisation permet alors d'ajuster le(s) paramètre(s) théoriques pour « coller au mieux » aux données observées
- Les imperfections de la modélisation doivent être étudiées afin d'estimer les incertitudes induites sur l'estimation des paramètres théoriques

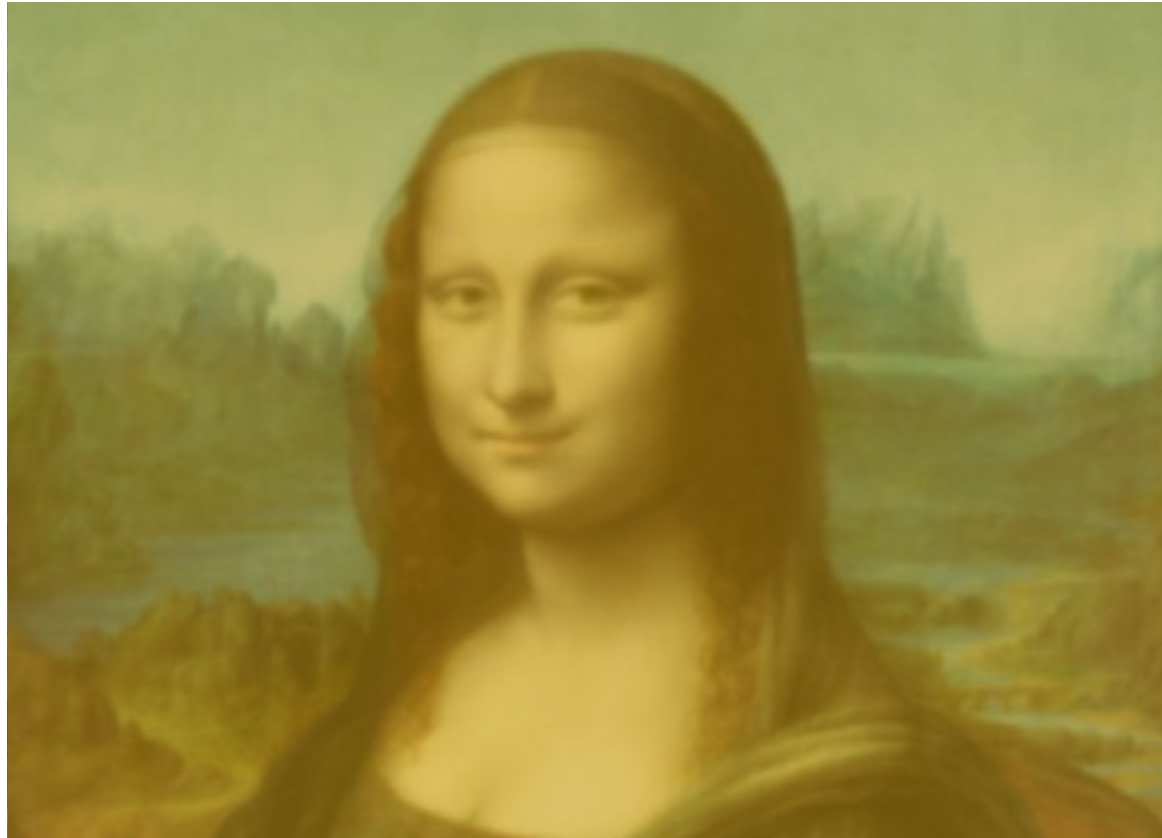
... un tableau connu...



... une tentative d'approximation...



... soustraction du bruit de fond...



... correction des pertes (de couleurs)...



... correction des effets de résolution...



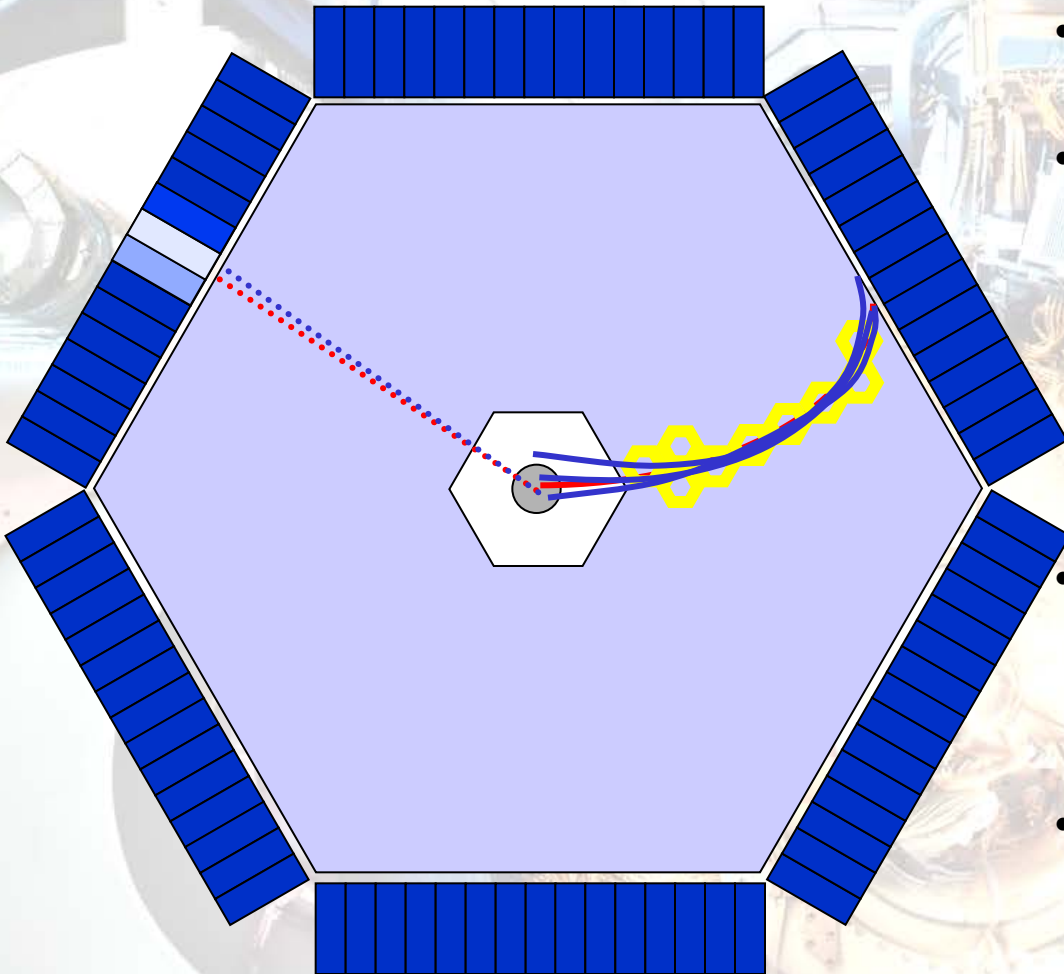
... et perspectives

- Au cours de ce processus d'analyse de physique, nous avons vu l'utilisation et la nécessité d'outils comme
 - La « simulation », utilisée à différents moments
 - Et qui joue un rôle clé
 - D'une méthode permettant de faire « coller au mieux » un modèle sur un échantillon de données
 - Ce qu'on appelle « ajustement » ou « fit »
- Cela fera l'objet des cours suivants.

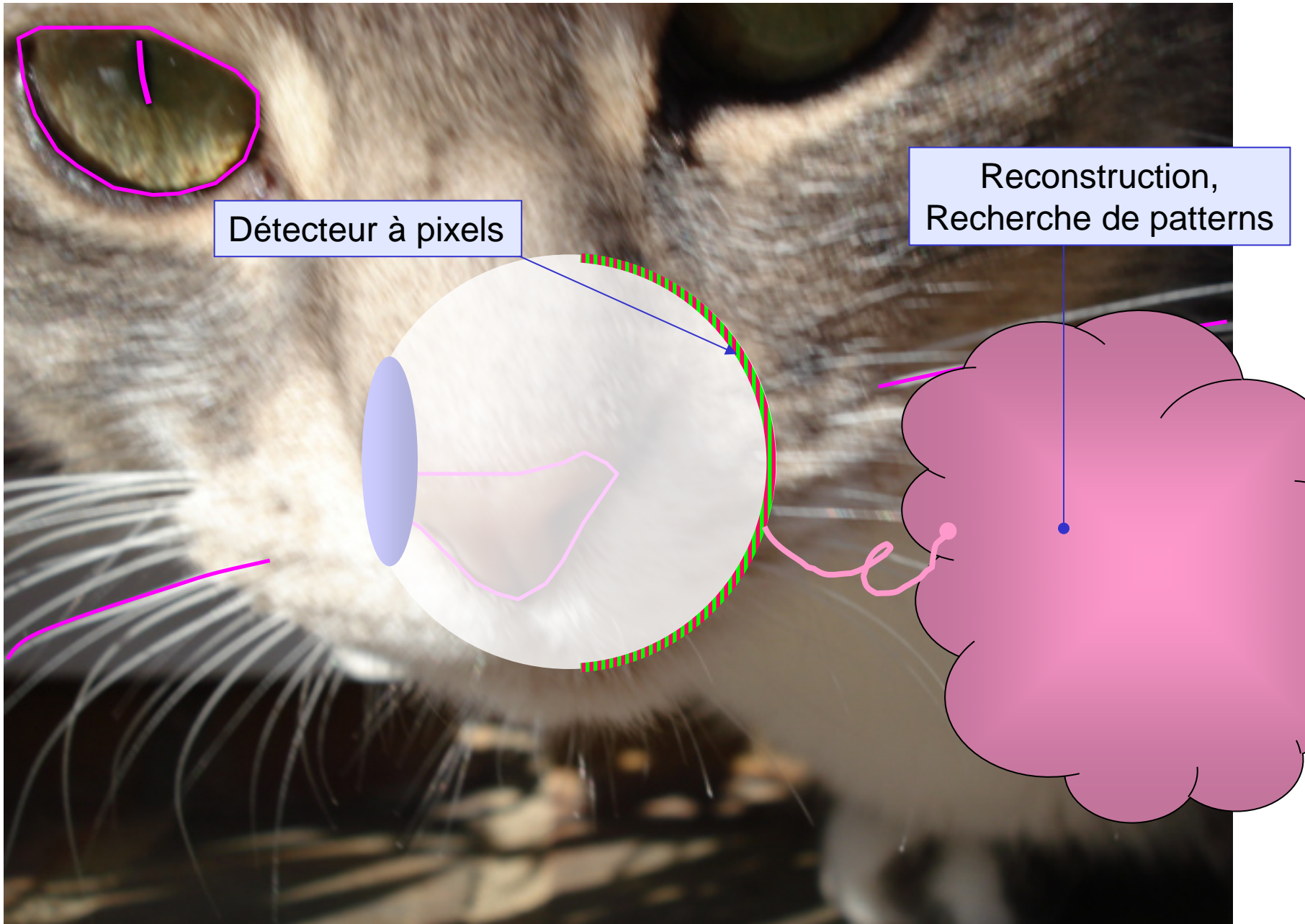
Résumé sessions précédentes

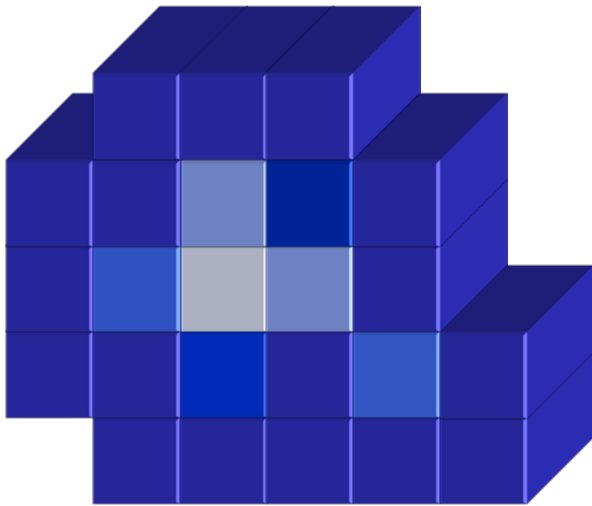
- I. Reconstruction d'évènements
- II. Analyse de physique

Reconstruction d'évènements

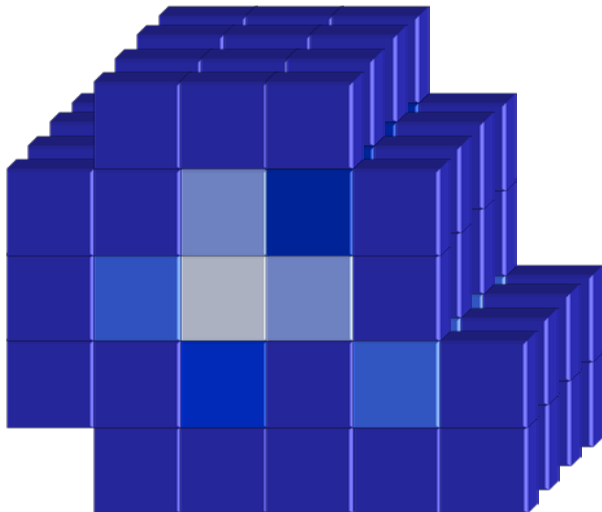


- S'applique à des détecteurs composés de N ($\gg 1$) voies
- Partant des données brutes, la reconstruction réalise la fonction du sous-système:
 - Chambre à trace \rightarrow traces
 - Detector Cherenkov \rightarrow angles Cherenkov
 - Etc.
- Reconstruction = interprétation des données pour reconnaître la/les trace(s) du passage des particules
 - Recherche de « patterns »
- Se nourrie de données:
 - De placement des voies
 - Câblages des voies
 - De la réponse de ces voies
 - Qui fait l'objet d'un monitoring en ligne et hors ligne

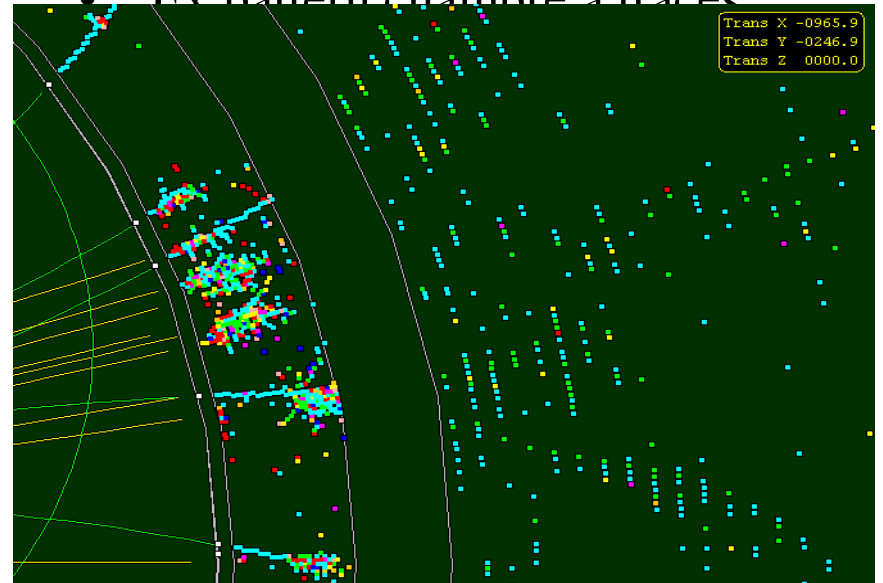




- Ex pattern cluster

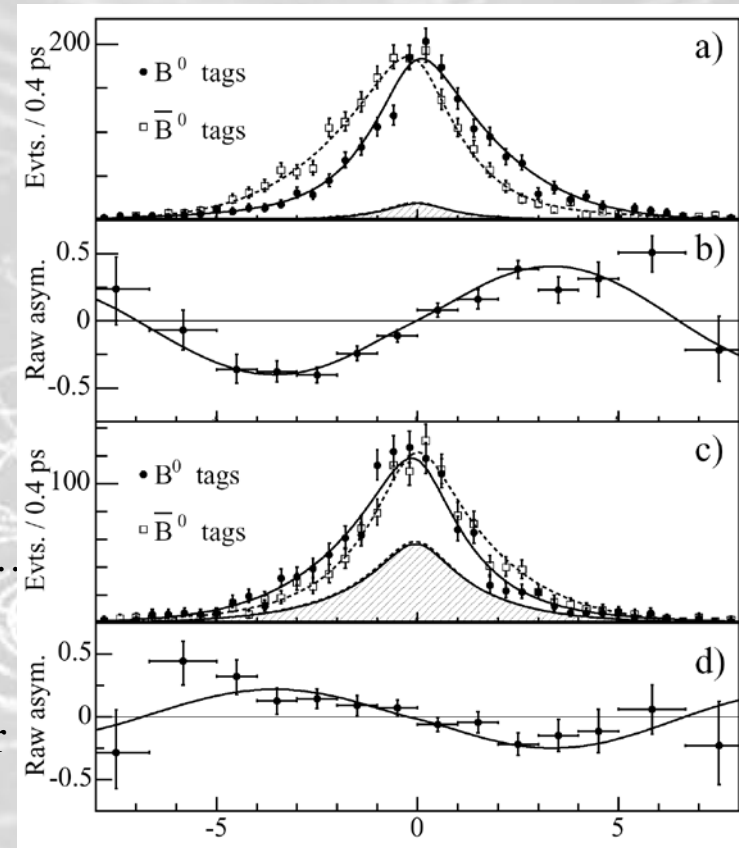


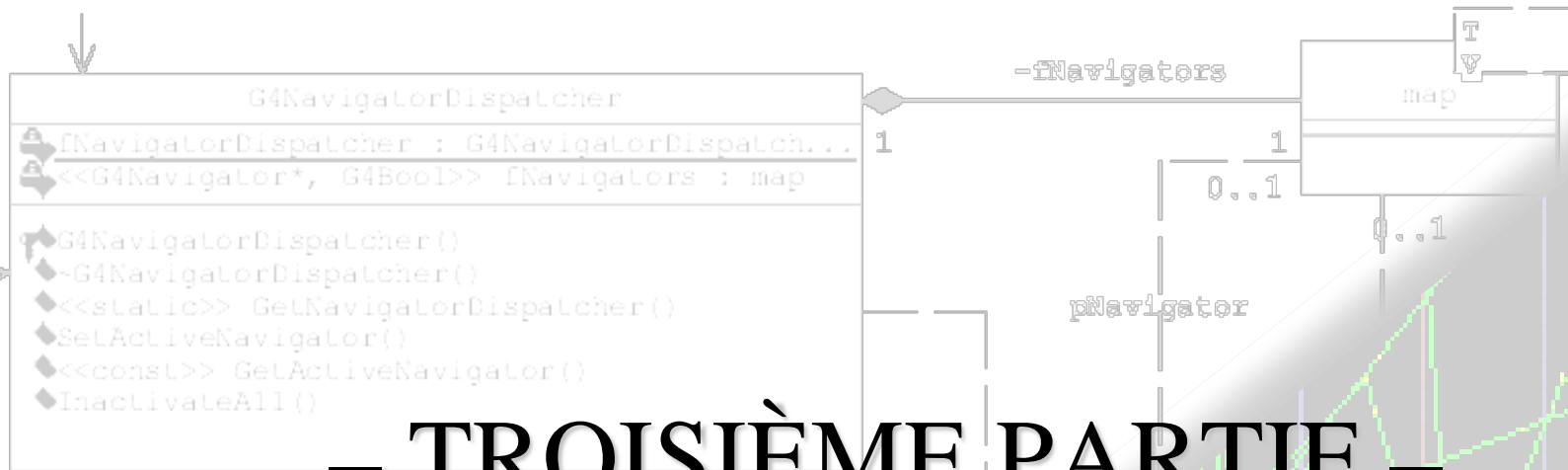
- Ex pattern chambre à traces



Analyse de physique

- Mesure de physique, ou « analyse », exploite certaines désintégrations
 - connues pour leur sensibilité aux paramètres théoriques que l'on veut mesurer
- L'analyse de physique consiste à
 - sélectionner ces désintégrations
 - modéliser les données observées
 - pour prendre en compte les imperfections expérimentales (inefficacités, résolutions, bruits...)
 - et de là réaliser l'ajustement des paramètres théoriques, c'est-à-dire, faire la mesure
 - faire l'autocritique du modèle d'ajustement pour estimer les incertitudes systématiques.
- L'analyse démarre des objets produits par la reconstruction
- Et elle s'appuie sur deux outils généraux
 - la simulation
 - l'ajustement.





- TROISIÈME PARTIE -

LA SIMULATION

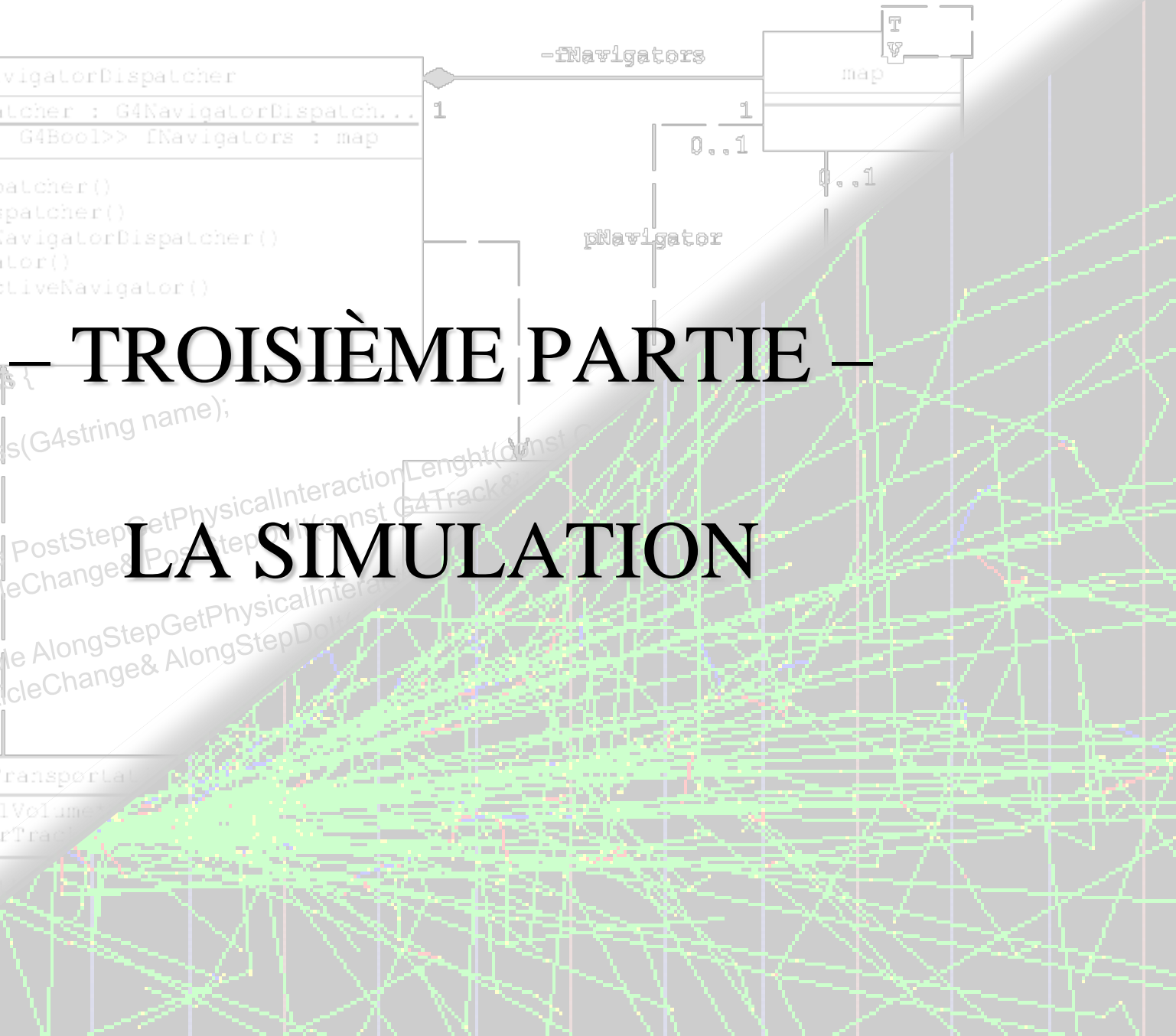
```

class G4VProcess {
public:
  G4VProcess(G4string name);

public:
  G4double PostStepGetPhysicalInteractionLength(const G4Track& track);
  G4ParticleChange* PostStepDoIt(const G4Track& track);
  G4double AlongStepGetPhysicalInteractionLength(const G4Track& track);
  G4ParticleChange& AlongStepDoIt(const G4Track& track);
};
  
```

```

class G4TransportationManager {
public:
  G4TransportationManager(G4NavigatorForTrack* navigator);
  G4TransportationManager(G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator);
  G4TransportationManager(G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator);
  G4TransportationManager(G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator);
  G4TransportationManager(G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator, G4NavigatorForTrack* navigator);
};
  
```



Qu'est-ce que la simulation ?

- La simulation est une réalité virtuelle
 - Captation et modélisation d'une partie de la réalité
 - Exemple: simulateur de vol

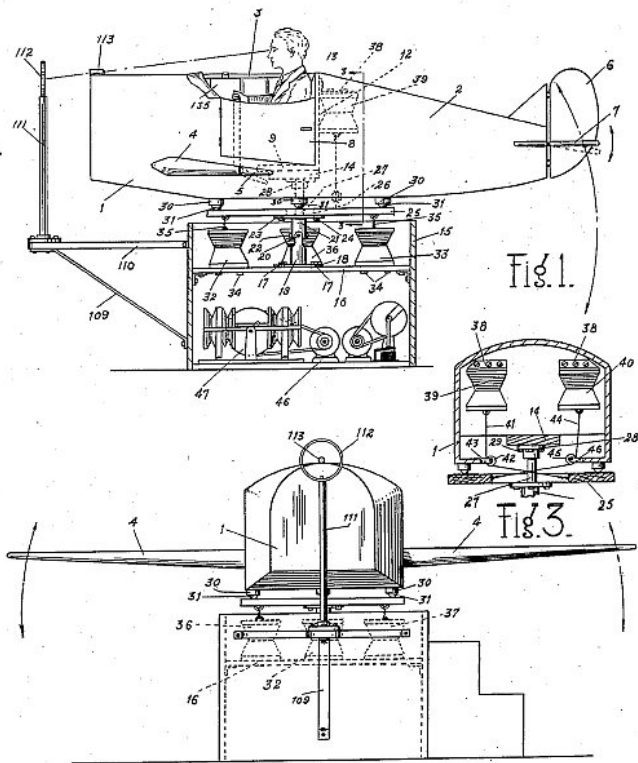


Fig. 2.

INVENTOR
EDWIN A. LINK, JR.



NASA RFD simulator
NASA Langley Research Center

3/20/1997

Image # EL-1997-00146

Intérêt de la simulation, en général ?

- Permet de se faire la main pour
 - beaucoup moins cher,
 - beaucoup plus rapidement
 - (beaucoup moins dangereux,)
 - ...,qu'en vrai.
- Permet de suivre tout ce qui se passe
 - Quelle cause a quel(s) effet(s)
- Permet de voir comment les performances évoluent (se dégradent...) à mesure que l'on inclut davantage de réalisme / complexité

L'intérêt de la simulation pour nous ? (1)

- Les détecteurs sont
 - Complexes
 - (chers)
 - Longs à concevoir
 - Longs à mettre en œuvre
- Les évènements à traiter sont
 - Complexes
 - Variés
 - Et ceux qui nous intéressent sont souvent (très) rares
 - Perdus dans un flot inintéressant

L'intérêt de la simulation pour nous ? (2)

-avant la construction de l'expérience-

- On a besoin d'être capable de prédire et d'optimiser les performances générales des détecteurs
 - Résolution en énergie
 - Performance d'identification des particules
 - ...
 - Mais aussi performance des systèmes de déclenchement
- On fait des (pré-)études de physique
 - Avec les performances estimées, arrive t'on à réaliser les mesures de physique qui motivent la construction de l'expérience ?
 - Si non, quelles performances doivent être améliorées ?

On utilise ici la simulation comme un outil de CAO

L'intérêt de la simulation pour nous ? (3)

-après la construction de l'expérience-

- On a besoin de modéliser les données prises pour
 - Établir/affiner la stratégie de sélection du signal/des signaux:
 - Production d'évènements de signal
 - Production d'évènements de bruit
 - Permet de mettre en évidence les différences entre les deux, dans le but de les exploiter dans la sélection.
 - Etudier ce qui pourrait fausser la mesure et en tenir compte:
 - Effets expérimentaux sur le signal
 - Perte d'évènements
 - Effets de résolution (énergie, position, etc...)
 - Composition des bruits passant la sélection:
 - Quels sont les évènements de bruit qui passent la sélection, comment ils se répartissent sur les grandeurs à mesurer, comment en tenir compte pour ne pas fausser la mesure.

La simulation est ici utilisée comme un outil d'aide à l'analyse de physique

Comment procède une simulation ?

1. On crée / calcule le type de désintégration qui nous intéresse
 - Exemples :
 - $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B^0 \text{ anti-}B^0$
 - suivi de $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0$
 - puis de $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ ou $\mu^+\mu^-$ et $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$
 - gluon gluon \rightarrow Higgs $\rightarrow \gamma\gamma$
 - En terminant par des particules « standards »
2. Ces produits de désintégration sont propagés/transportés dans une représentation virtuelle du détecteur
 - En calculant les interactions particules-matières
 - Les dépôts d'énergie dans la matière
 - Les effets sur les particules
3. L'énergie déposée dans les volumes de détection est utilisée pour fabriquer des données semblables aux données réelles
 - A partir de ces dépôts, on va par exemple calculer la collection de lumière dans un cristal, la charge collectée dans un gaz, etc..
 - Et calculer la réponse de la voie d'électronique correspondante

Comment procède une simulation ?

1. On crée / calcule le type de désintégration qui nous intéresse

- On parle de « **générateurs** »:
 - Logiciels spécialisés dans le calcul de certaines désintégrations
 - Ils « savent » prendre en compte les paramètres théoriques que l'on veut mesurer : $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ ou $\mu^+\mu^-$ et $K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-$
 - Dépend de l'expérience et/ou de la mesure
 - Exemples de générateurs: JETSET, EvtGen, TAULO, etc...

2. Ces produits de désintégration sont propagés/transportés dans une représentation virtuelle du détecteur

- C'est la phase dite de « **tracking** »:
 - Elle se base sur des outils généraux, comme Geant4, qui permettent:
 - La description des détecteurs: géométrie, matériaux, etc...

3. L'énergie des interactions particules-matières est utilisée pour fabriquer des données semblables aux données réelles

- C'est la phase dite de « **digitisation** »:
 - Qui dépend des appareillages spécifiques de l'expérience

Geant4

Présentation générale

Géométrie

Particules

Processus

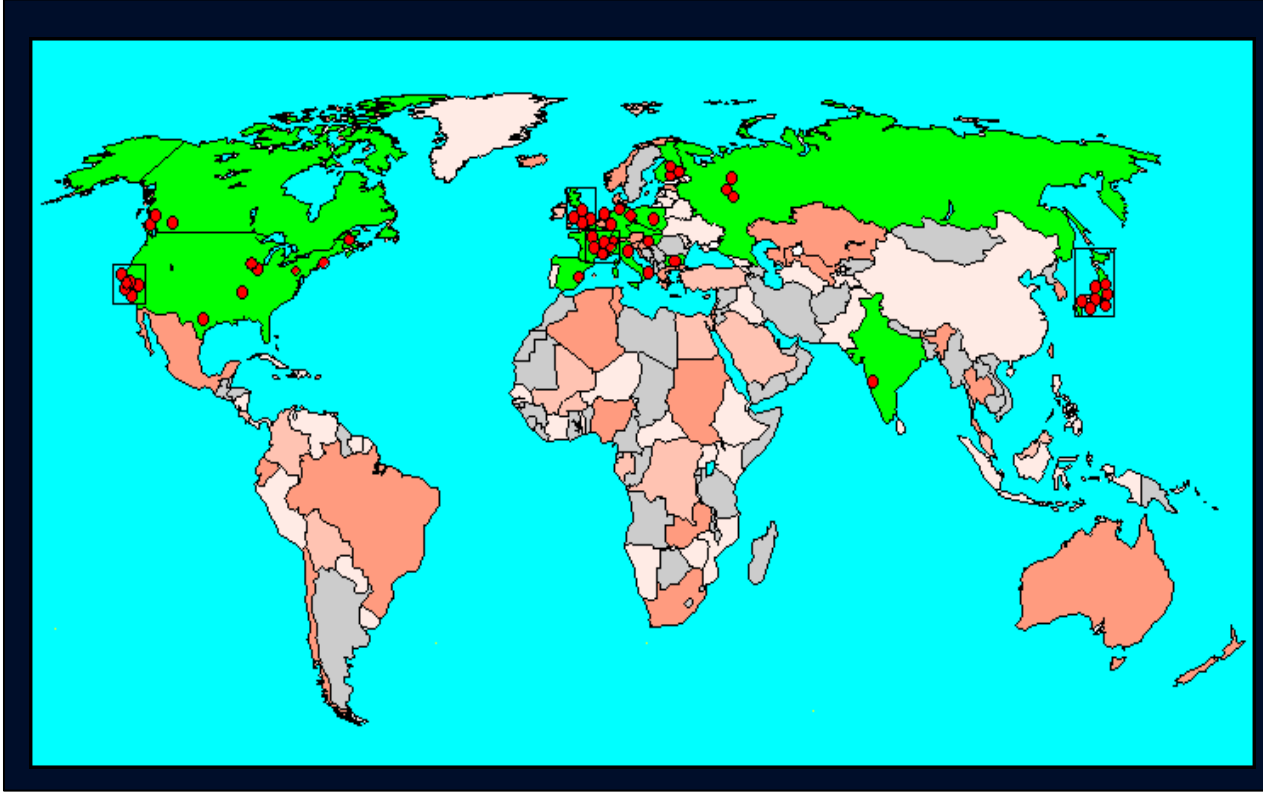
Le stepping

Les cuts (seuil) de production (de secondaires)

Un logiciel de simulation : Geant4

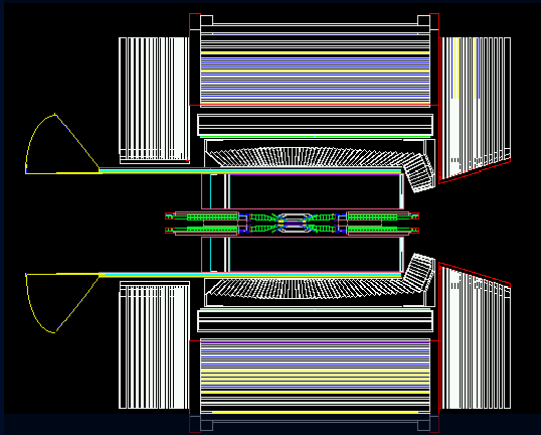
- Geant4 (« GEometry ANd Tracking ») est un logiciel de simulation des interactions particules-matières, à vocation « généraliste »:
 - Utilisé en physique des hautes énergies, physique nucléaire, physique des ions lourds, astro-particules
 - Mais aussi dans des domaines de basses énergies : médical (radiothérapie, imagerie), spatial (vols habités, radiation sur électronique), sécurité...
 - Geant4 est « orienté objet » et écrit en C++
- Geant4 a fêté son 20^{ème} anniversaire cette année !
 - Programme initié en 1994 avec le projet RD44
 - Dans le but de répondre aux besoins du LHC, et de la complexité de la physique mise en jeu.
- Geant4 reste en constante évolution
 - Et a franchi un pas spécialement important depuis un an avec l'adaptation au Multi-threading.

La collaboration Geant4



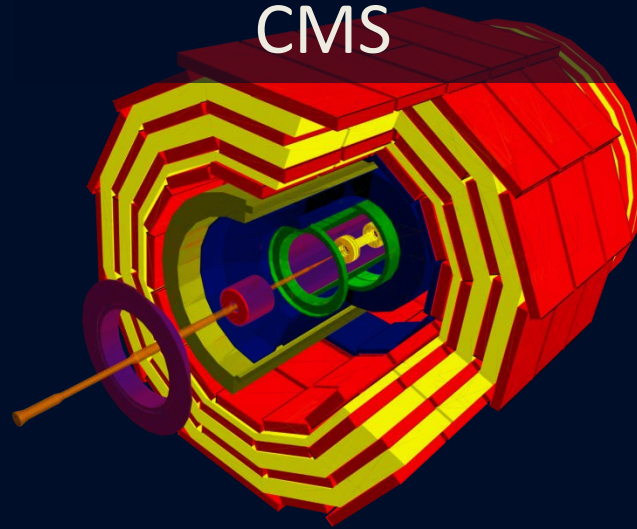
Utilisations en physique des hautes énergies

BaBar

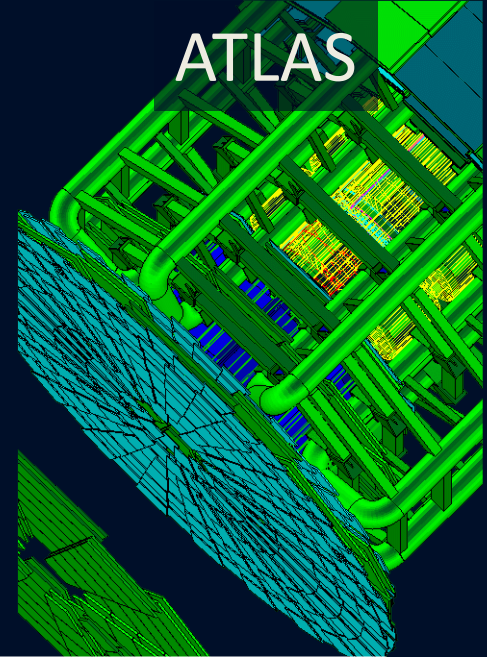


Première utilisation
de Geant4 en HEP

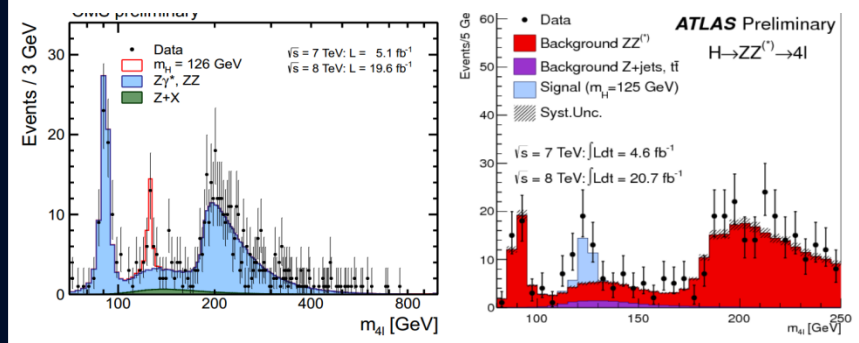
CMS



ATLAS



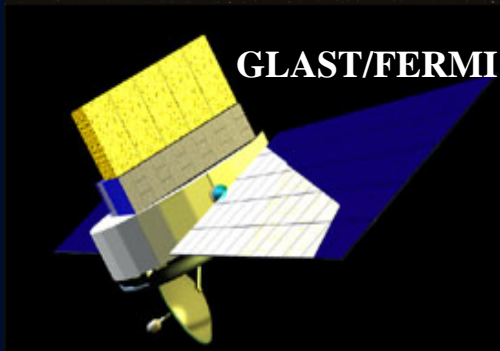
Geant4 et le Higgs



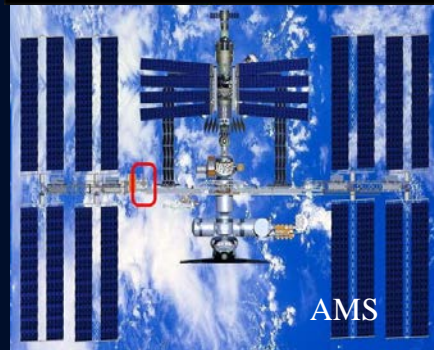
Utilisations dans le spatial



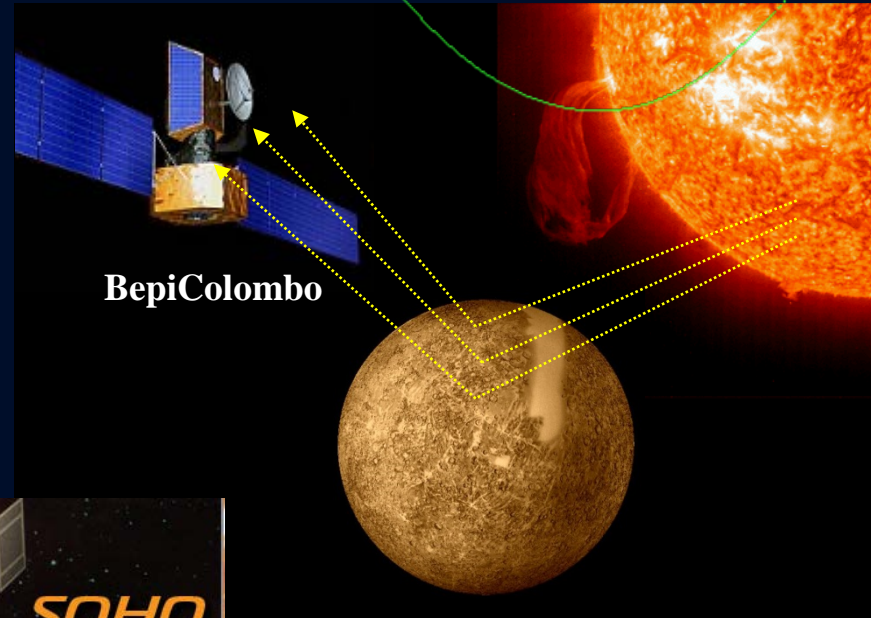
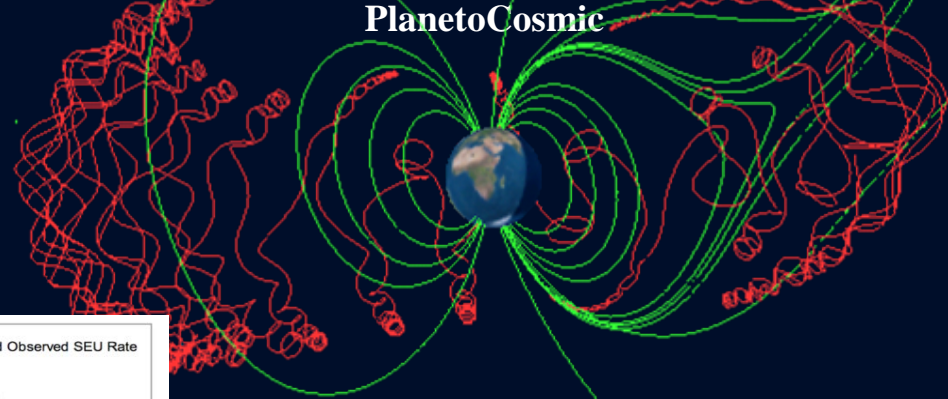
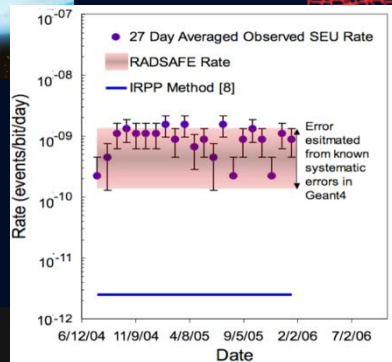
XMM-Newton



GLAST/FERMI



AMS

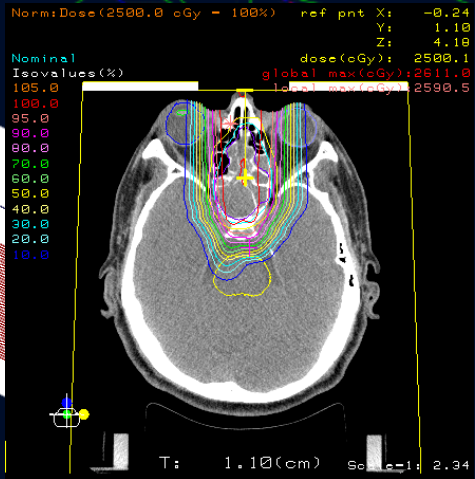
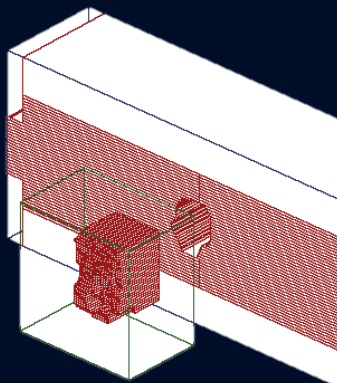
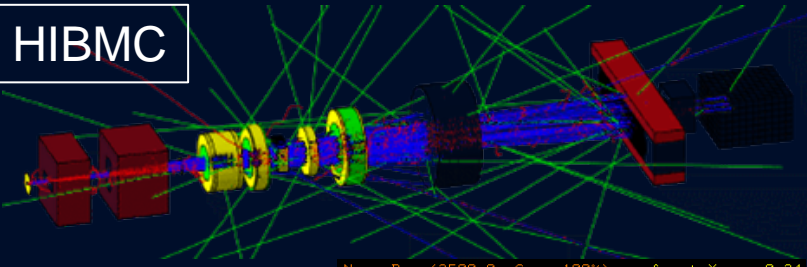


BepiColombo



Utilisations dans le médical

HIBMC

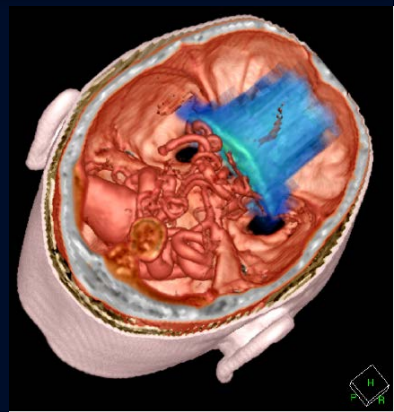
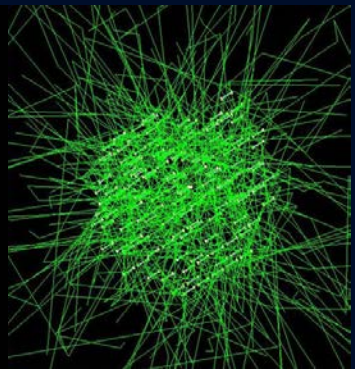
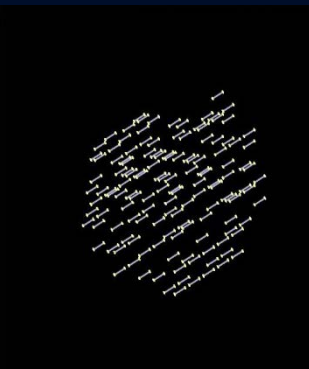
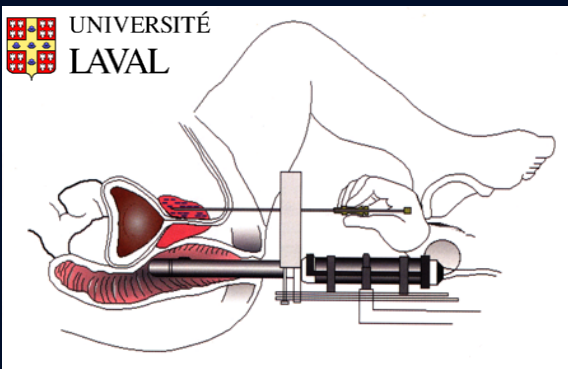


gMocren

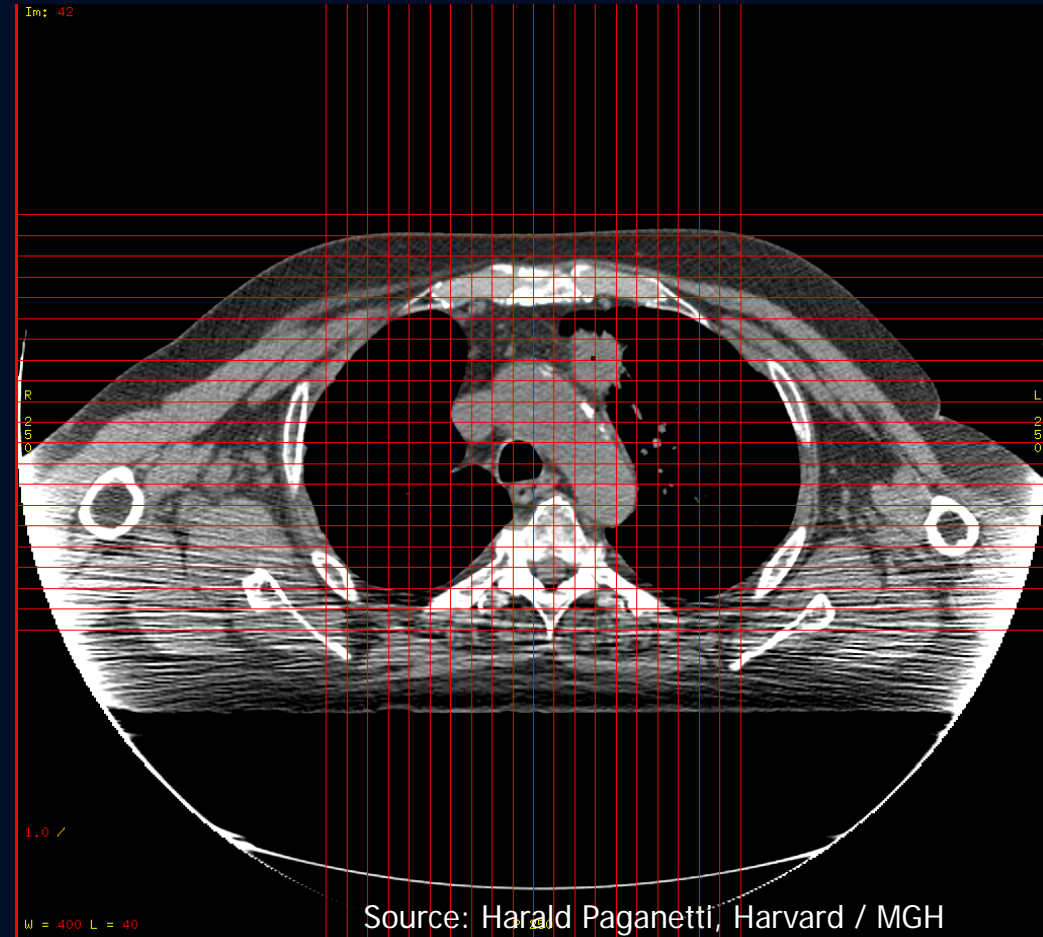
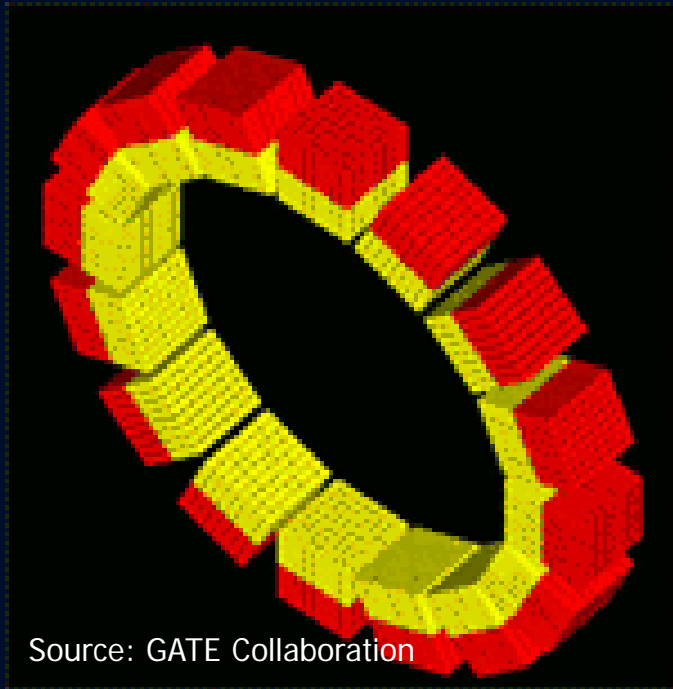
Unit (patient)
 CT [HU]
 density [g/cm3]

Edit
 opacity curve
 color map

© 2005-2011 JST/CREST, Rits, AIT and KGT Inc. All rights reserved. | Mouse control on MPR view - Move slice position: drag the cross line



Utilisations dans le médical



Quels sont les composants dont on a besoin pour réaliser une simulation ?

- Il nous faut pouvoir modéliser
 - Nos détecteurs :
 - Géométrie, matériaux, volumes sensibles (ceux « lus » par une voie d'électronique)
 - Les particules, avec leur propriétés
 - Leptons, mésons, etc.
 - La physique des interactions particules-matière
 - Modéliser les « processus physiques »
- Une fois ces composants définis et implémentés, il nous faut un « chef d'orchestre » qui utilise/pilote ces composants pour « donner vie » à cette simulation.

Abstraction

- Il n'y a pas de façon unique de réaliser ce qui précède
- Geant4 a fait le choix d'une approche « Orientée Objet »
 - En utilisant le concept « d'abstraction »
- Qu'est-ce que cela signifie ?
 - Que l'on conçoit le cœur du logiciel pour que les différents composants ne soient vus et manipulés qu'au travers de types généraux
 - Qui sont ce qu'on appelle des « interfaces abstraites »
 - Exemples juste après
- Cela permet au logiciel d'être très facilement étendu à de nouvelles formes géométriques, nouveaux processus physique...
 - Car le cœur du logiciel n'a pas besoin d'être modifié
 - C'est cette approche qui a permis à Geant4 d'être utilisé dans des domaines très variés.
 - Baratin ?
 - Dans Geant3 (FORTRAN) il fallait modifier plusieurs dizaines de routines pour inclure un processus physique nouveau ou une forme géométrique nouvelle...
 - Cela était donc prohibitif en pratique



Deux classes abstraites clefs dans Geant4

• **G4VSolid:**

- Interface pour toutes les formes géométriques
 - Boite, cylindre, etc...
- Un solide doit savoir répondre à
 - Un point (x,y,z) est-il sur sa surface ?
 - À l'intérieur, à l'extérieur
 - À quelle distance de sa surface suivant une direction donnée
 - Etc...
- Et les classes concrètes (boite, cylindre...) implémentent les réponses à ces questions

• **G4VProcess:**

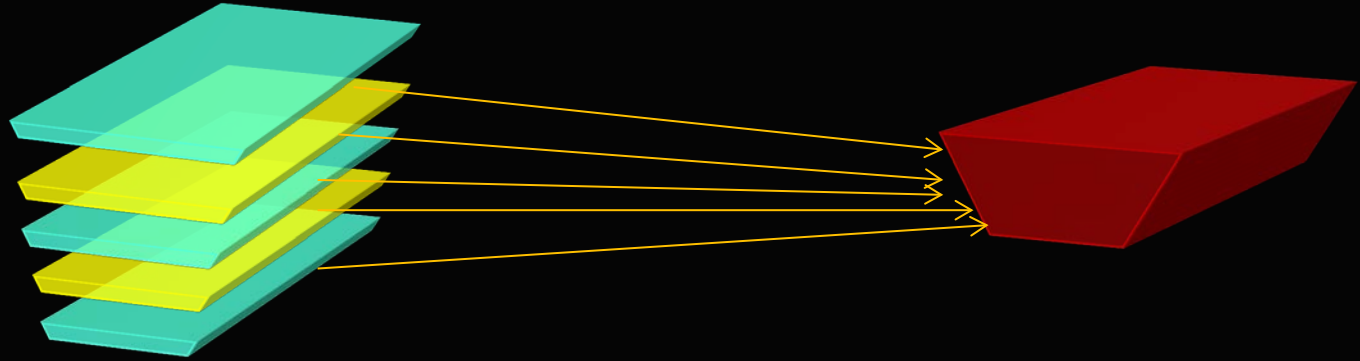
- Interface pour tous les processus physiques
- Permet, au sein d'un même processus, d'implémenter toutes combinaisons d'actions
 - Au repos
 - Désintégration, annihilation...
 - Continue
 - Ionisation...
 - Ponctuelle, en vol
 - Désintégration, rayonnement, δ -ray, interaction particule-noyau...

Géométrie

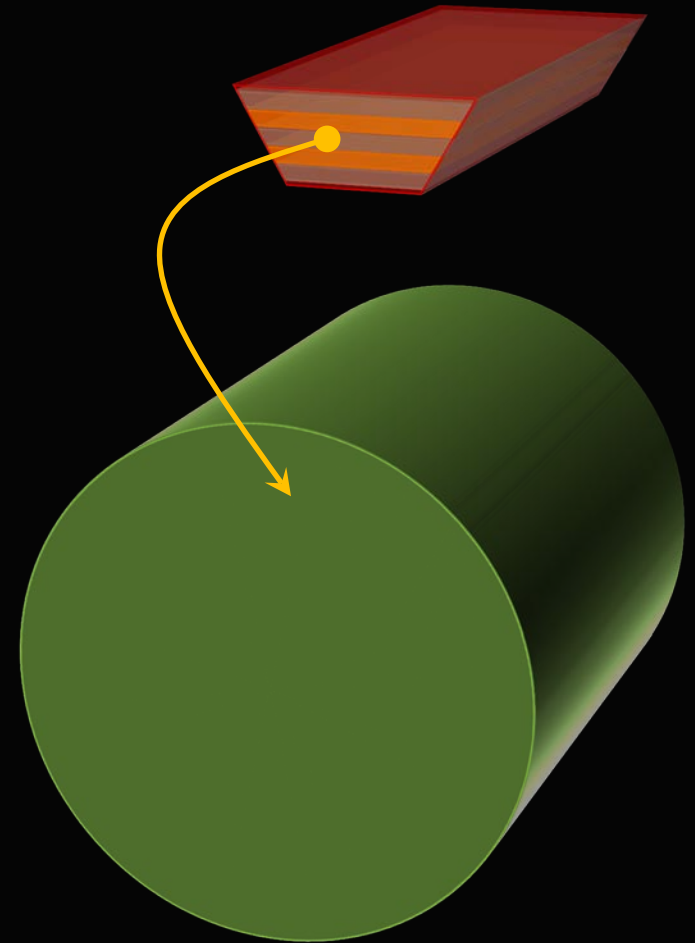
Volumes / géométrie

- Volumes décrits par:
 - Forme (on parle d'un « solide »)
 - Matériel : élément simple, ou composition d'éléments
 - Dont les propriétés sont utilisées dans le calcul des interactions
 - Sous-structure
 - C'est-à-dire des sous-volumes
 - Ensemble de ces trois caractéristiques constitue un « **volume logique** »
 - Placement par rapport au volume « **mère** »
 - Le volume devient un « **volume physique** »
 - Partie de la sous-structure du volume mère
- Il existe un volume particulier, le « **world** » volume, qui définit le contenant de toute la géométrie
 - Et toute particule sortant de ce volume est supprimée de la suite de la simulation.
- Un volume peut enfin être déclaré « **sensible** »
 - C'est un volume correspondant à un volume de lecture d'une voie d'électronique
 - Et dans lequel le ou les dépôts d'énergie seront donc utilisés pour calculer la réponse de cette voie.

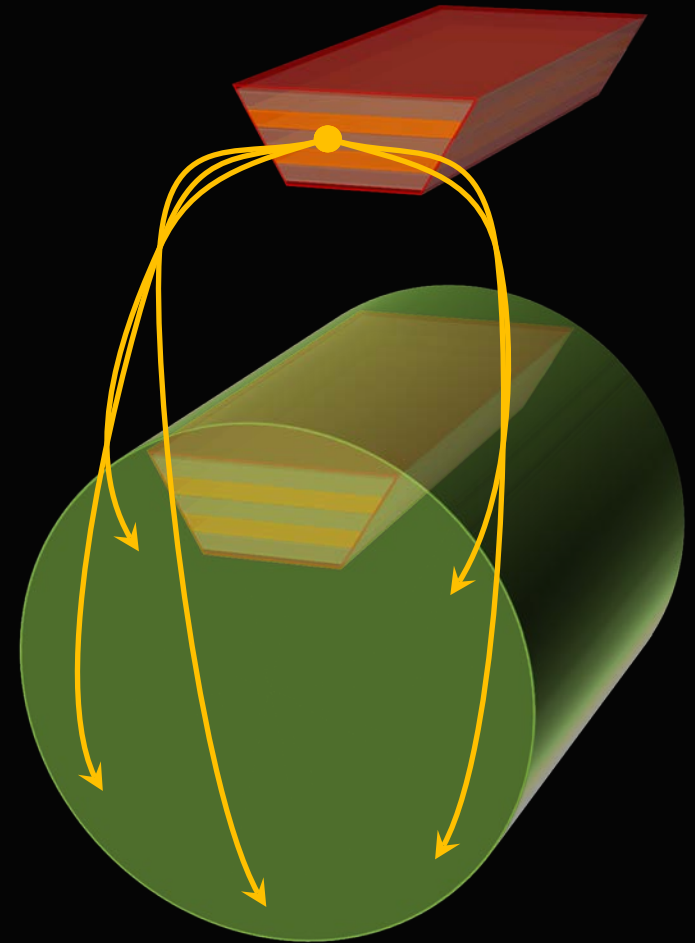
Construction d'une géométrie



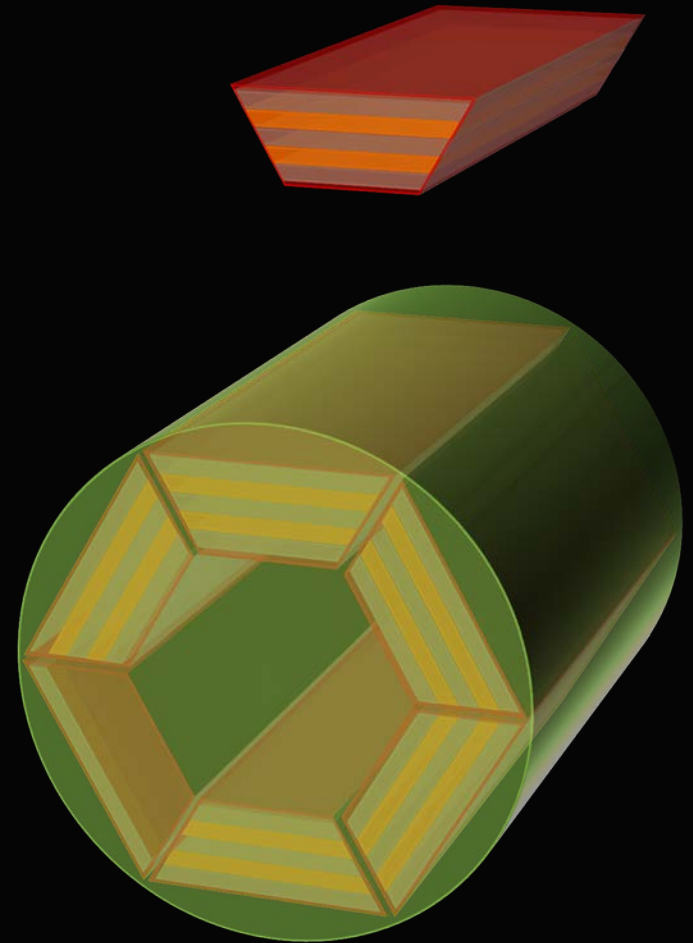
Construction d'une géométrie



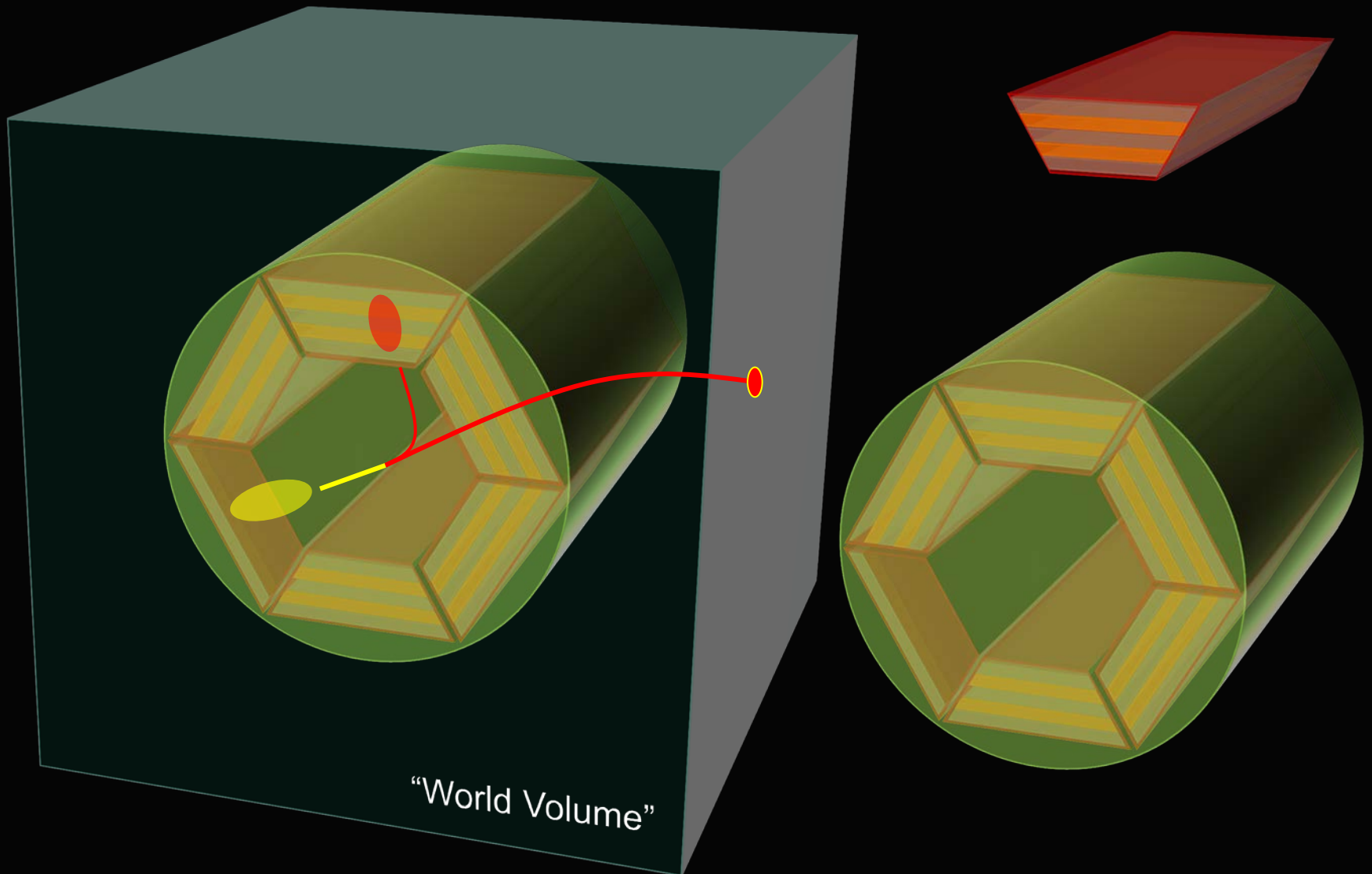
Construction d'une géométrie



Construction d'une géométrie



Construction d'une géométrie



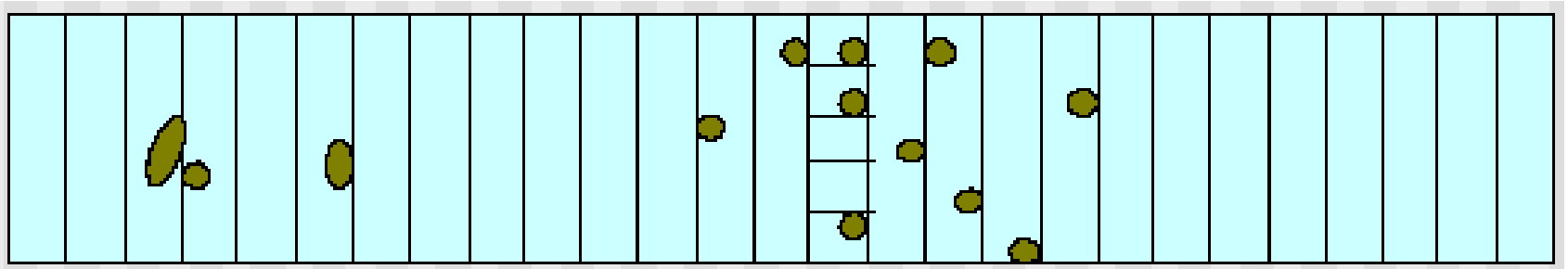
Concrètement...

```
//  
// World  
//  
solidWorld = new G4Box("World", //its name  
                      WorldSizeX/2,WorldSizeYZ/2,WorldSizeYZ/2); //its size  
  
logicWorld = new G4LogicalVolume(solidWorld, //its solid  
                                defaultMaterial, //its material  
                                "World"); //its name  
  
physiWorld = new G4PVPlacement(0, //no rotation  
                               G4ThreeVector(), //at (0,0,0)  
                               logicWorld, //its logical volume  
                               "World", //its name  
                               0, //its mother volume  
                               false, //no boolean operation  
                               0); //copy number  
  
//  
// Calorimeter  
//  
solidCalor=0; logicCalor=0; physiCalor=0;  
solidLayer=0; logicLayer=0; physiLayer=0;  
  
if (CalorThickness > 0.)  
{ solidCalor = new G4Box("Calorimeter", //its name  
                        CalorThickness/2,CalorSizeYZ/2,CalorSizeYZ/2); //size  
  
  logicCalor = new G4LogicalVolume(solidCalor, //its solid  
                                  defaultMaterial, //its material  
                                  "Calorimeter"); //its name  
  
  physiCalor = new G4PVPlacement(0, //no rotation  
                                 G4ThreeVector(), //at (0,0,0)  
                                 logicCalor, //its logical volume  
                                 "Calorimeter", //its name  
                                 logicWorld, //its mother volume  
                                 false, //no boolean operation  
                                 0); //copy number
```

Volumes et navigation

- La navigation consiste à savoir répondre à la question:
 - Soit un point $P(x,y,z)$, dans quel volume est ce point P ?
 - Afin notamment de connaître le matériau courant
 - Il faut avoir conscience que la géométrie « n'existe pas »
 - On donne en réalité une suite de définitions de volumes et de relations entre ces volumes, basées sur des conventions
 - Le « navigateur » est plus proprement dit un « interpréteur » de géométrie
- Les performances de la navigation deviennent critiques dès lors que l'on considère de grands nombres de volumes
 - Exemple : ATLAS ~ 10 millions de volumes !
- La navigation de Geant4 repose sur la technique de « voxélisation »
 - La géométrie est découpée en une grille 3D, chacune des cellules de cette grille étant occupée par un petit nombre de volumes

À quoi ressemblent ces voxels ?

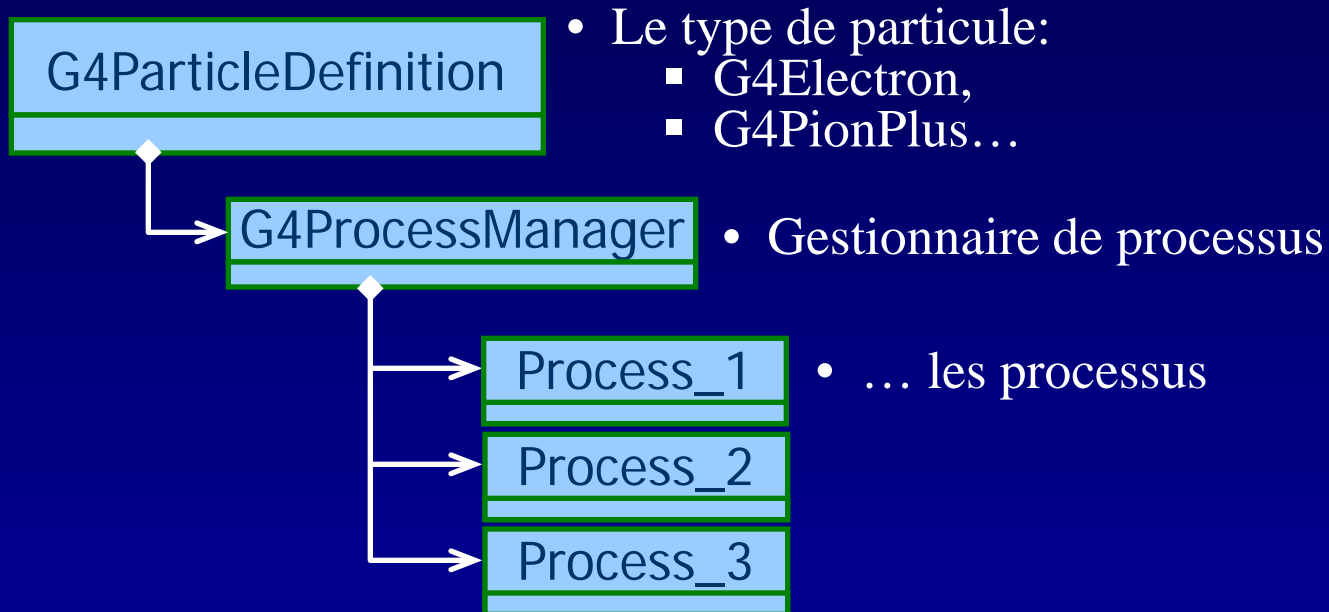


Particules

Particules et processus

- Les particules sont définies par leurs propriétés statiques telles que masse, charge, spin, etc...
- *Elles ne sont, en elles-mêmes, sensibles à aucune physique !*
- Elle acquièrent cette sensibilité physique *via* les processus physiques qu'on leur associe
 - Et pour un électron, on associera l'ionisation, le bremsstrahlung, le processus de transport
 - Pour un positron, on associera en plus l'annihilation

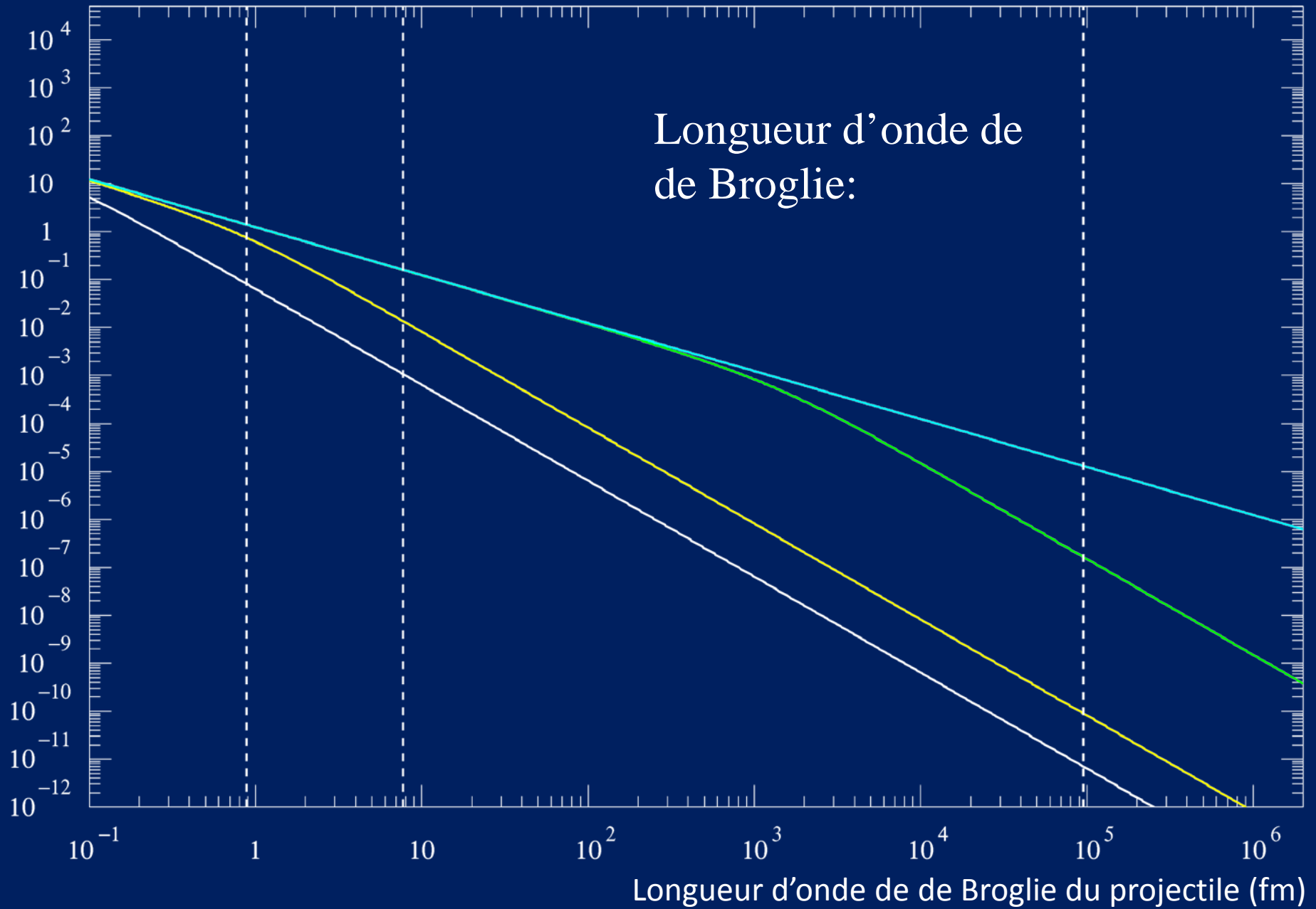
Sensibilité à la physique



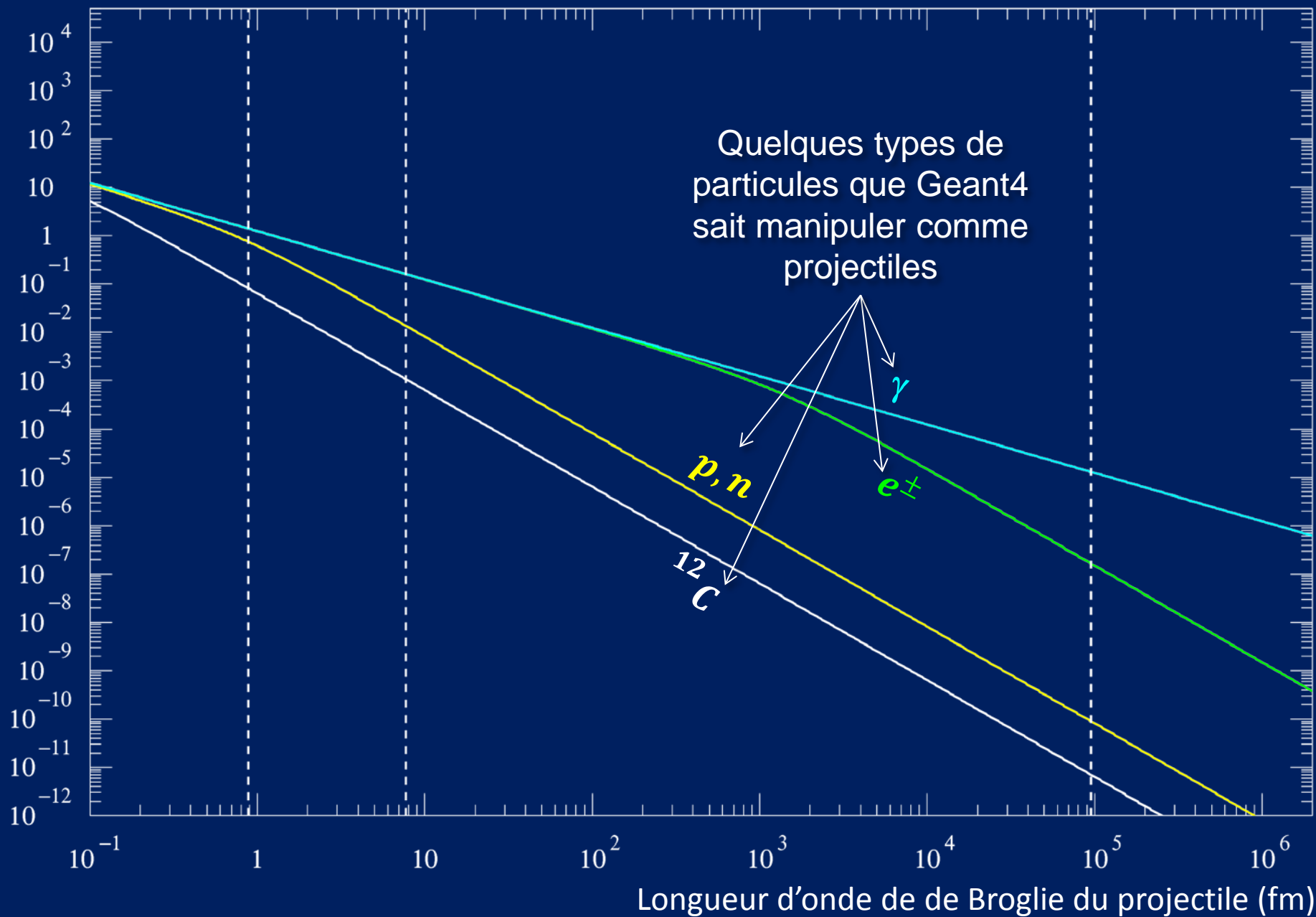
The background features a complex network of white lines and dots on a blue gradient. The lines are of varying thickness and form, including straight lines, spirals, and loops. The dots are small and scattered throughout the scene, some appearing as bright points of light. The overall effect is reminiscent of a particle detector or a complex physical process visualization.

Processus physiques

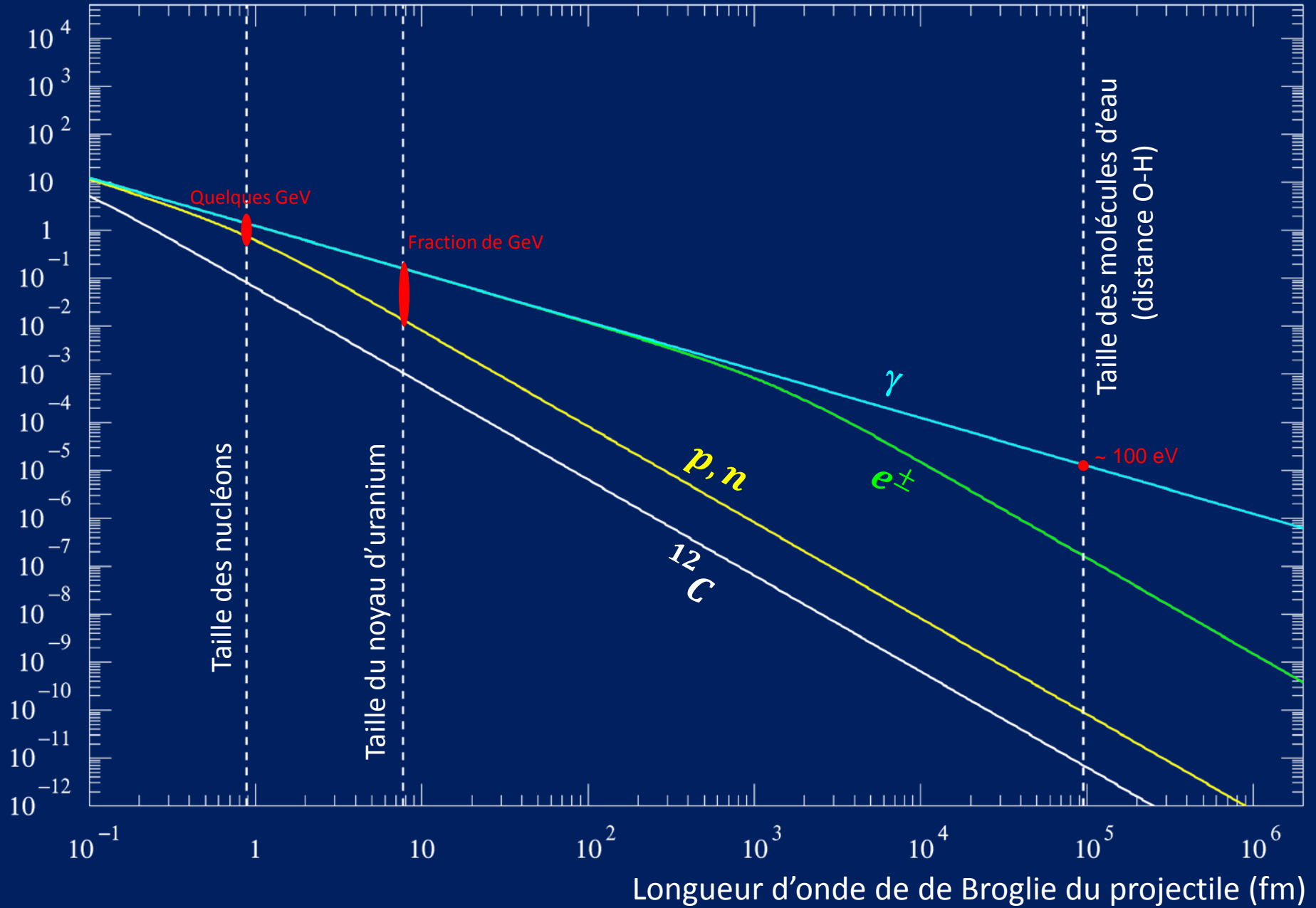
Energie cinétique du projectile (GeV)



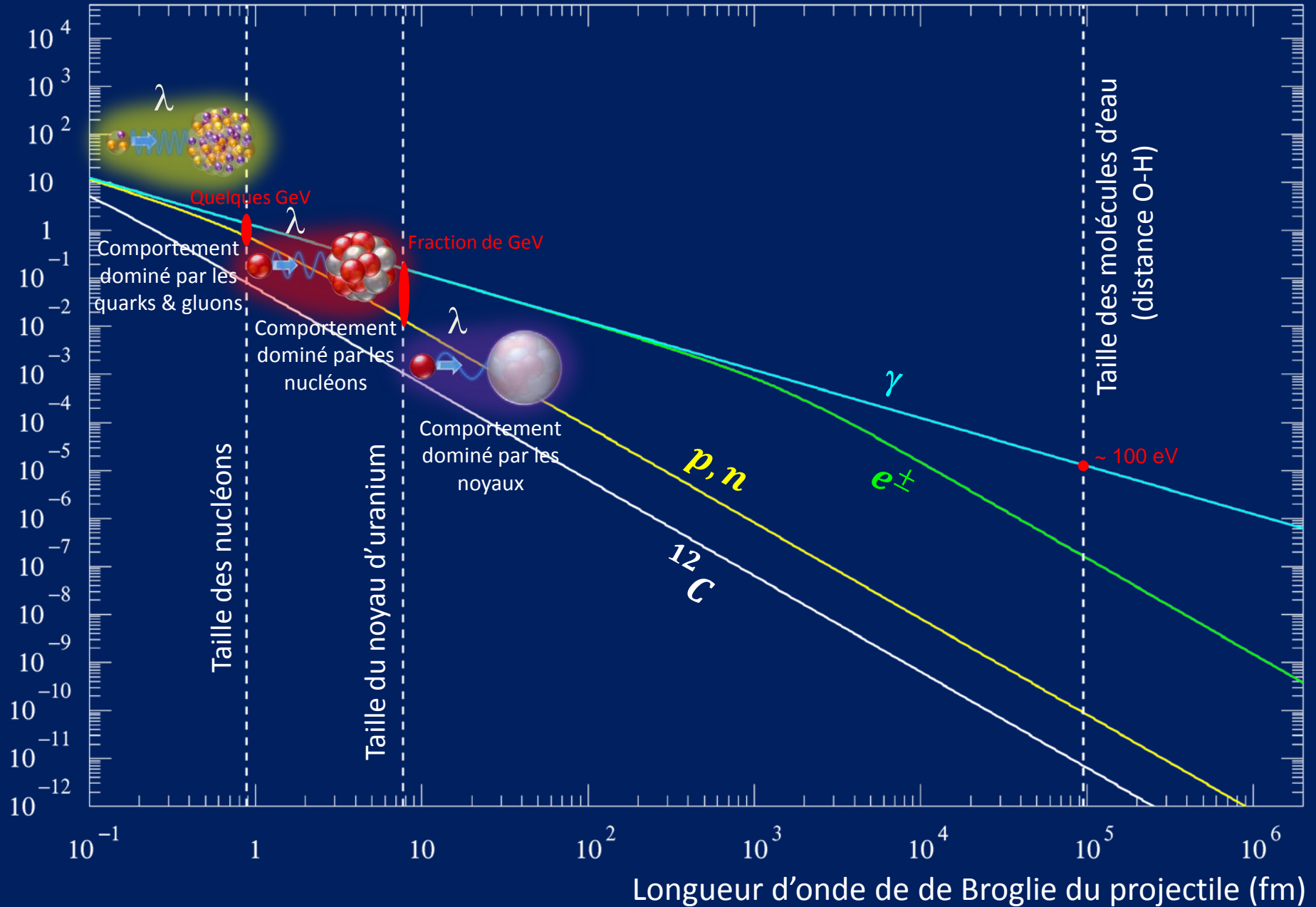
Energie cinétique du projectile (GeV)



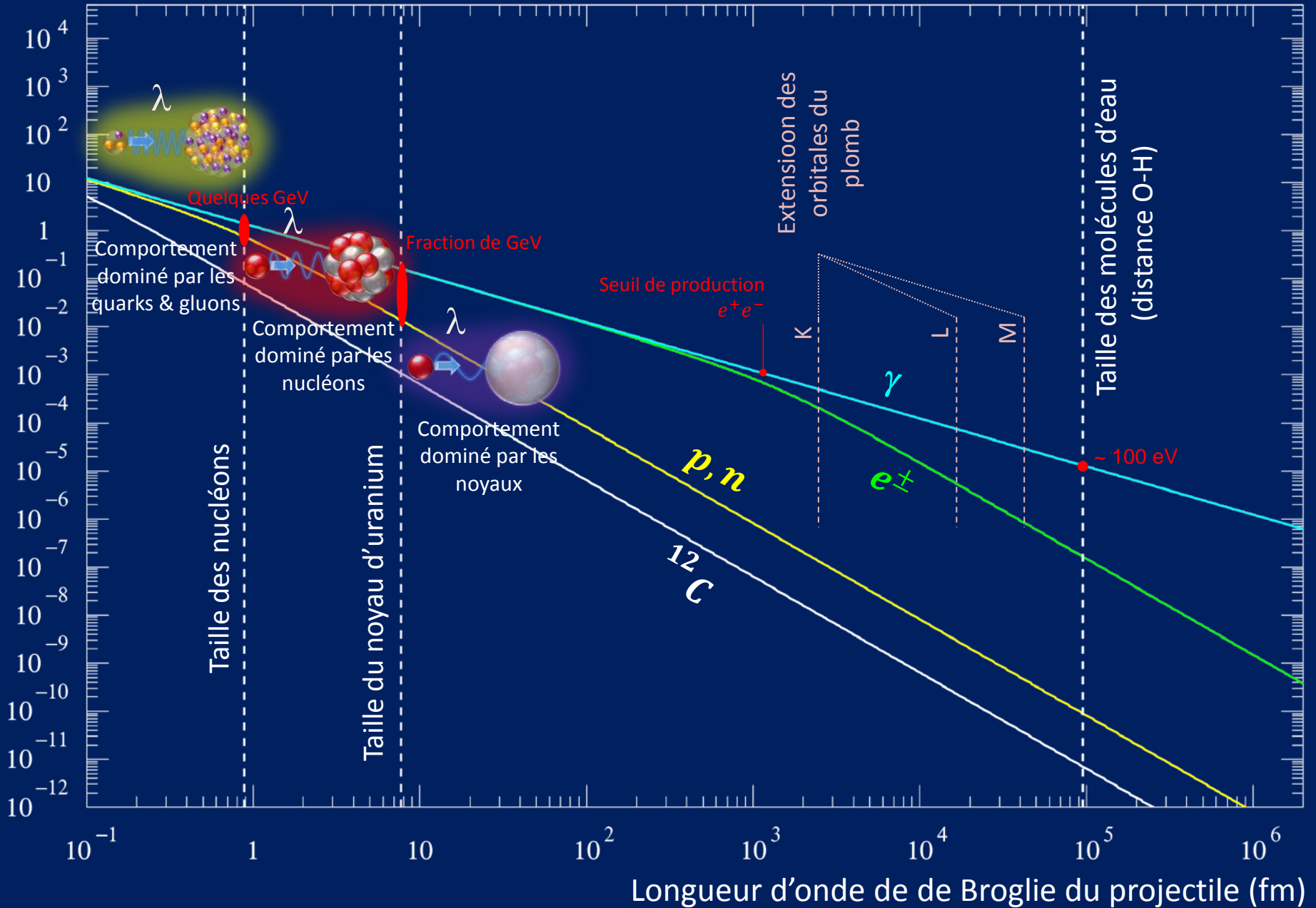
Energie cinétique du projectile (GeV)



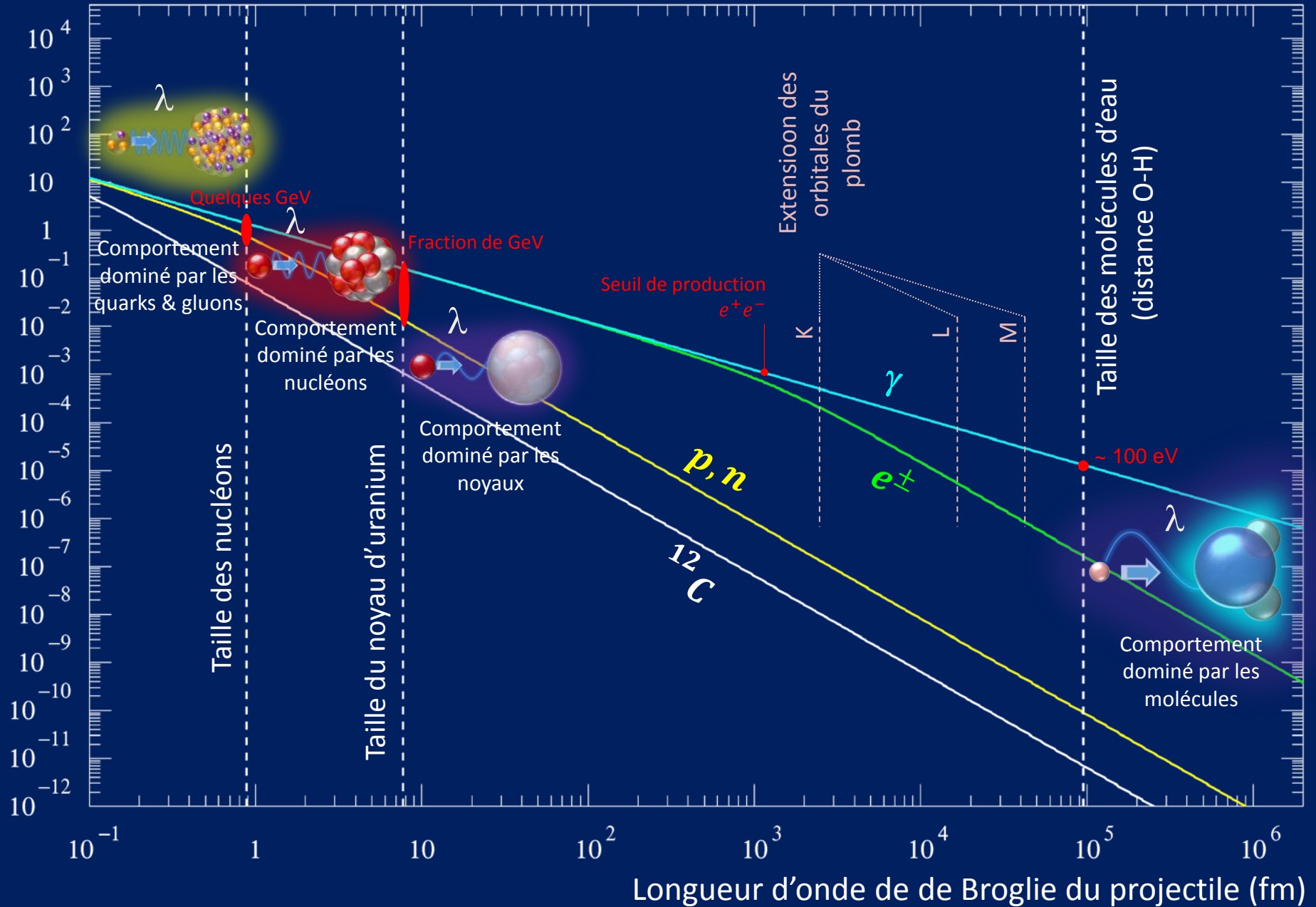
Energie cinétique du projectile (GeV)



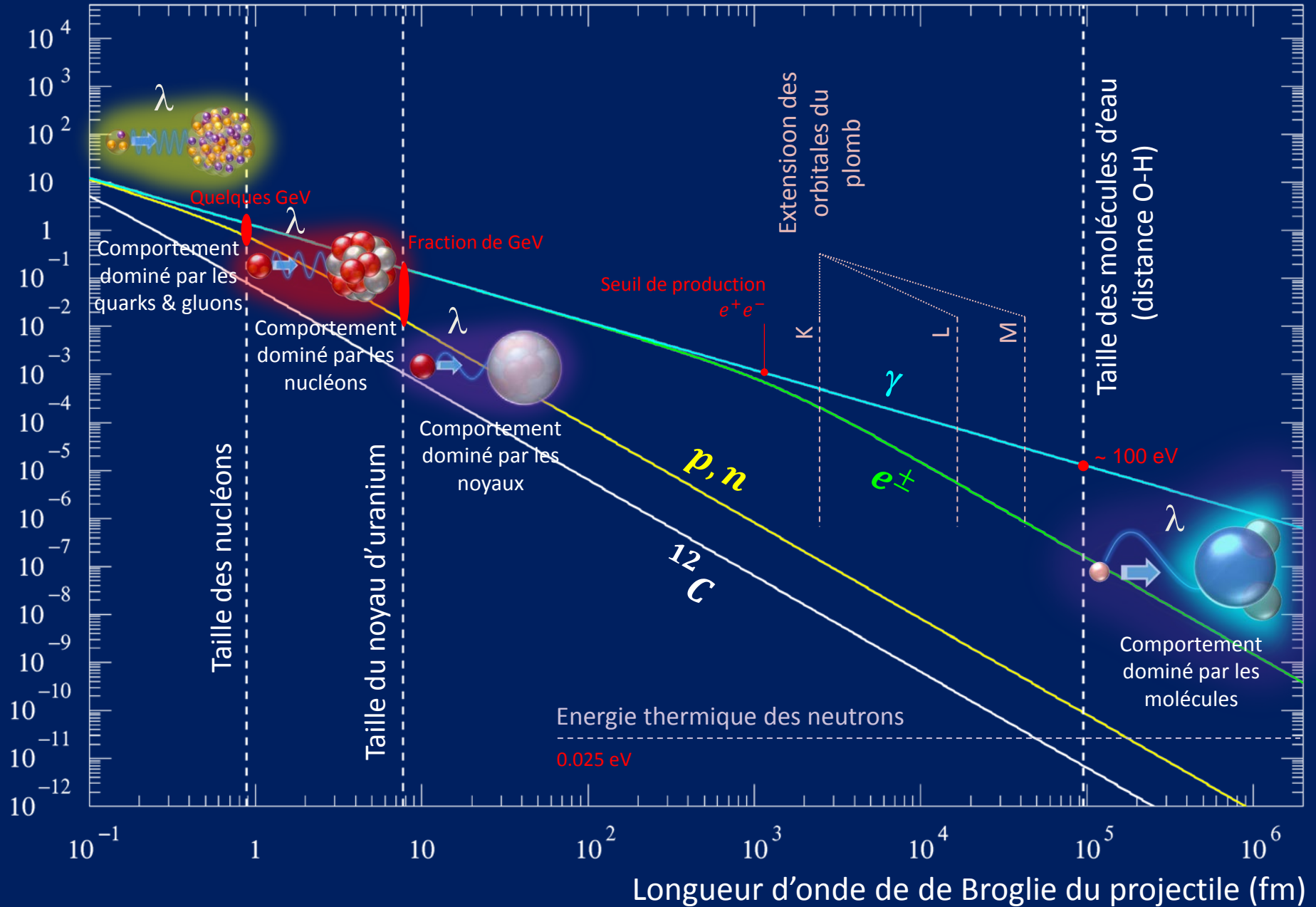
Energie cinétique du projectile (GeV)



Energie cinétique du projectile (GeV)

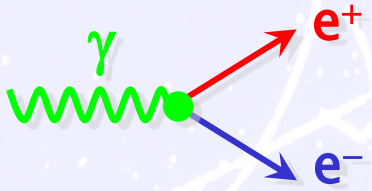


Energie cinétique du projectile (GeV)

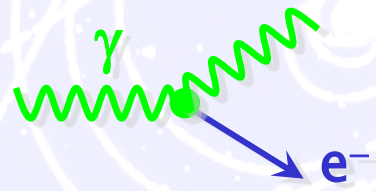


Processus Electromagnétiques

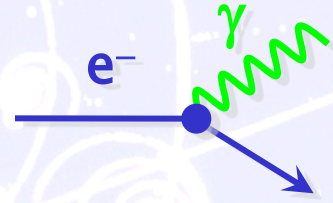
Conversion



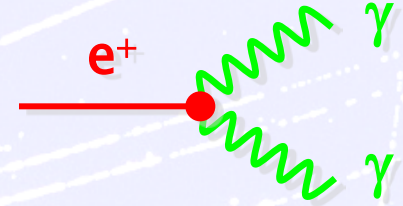
Compton



Bremsstrahlung



Annihilation



Ionisation



- Version “standard” : processus pour particules chargées et gammas
 - Validité: 1 keV - ~PeV

Particule chargée

- Version “basse énergie”: Description plus précise à basse énergie pour e^+ , e^- , γ et hadrons chargés:
 - Plus de détails structure en couche atomique
 - Certains processus valides jusqu’à quelques centaines d’eV
 - Plus une extension de très basse énergie pour études dégâts de l’ADN sous irradiation : jusqu’à quelques eV !

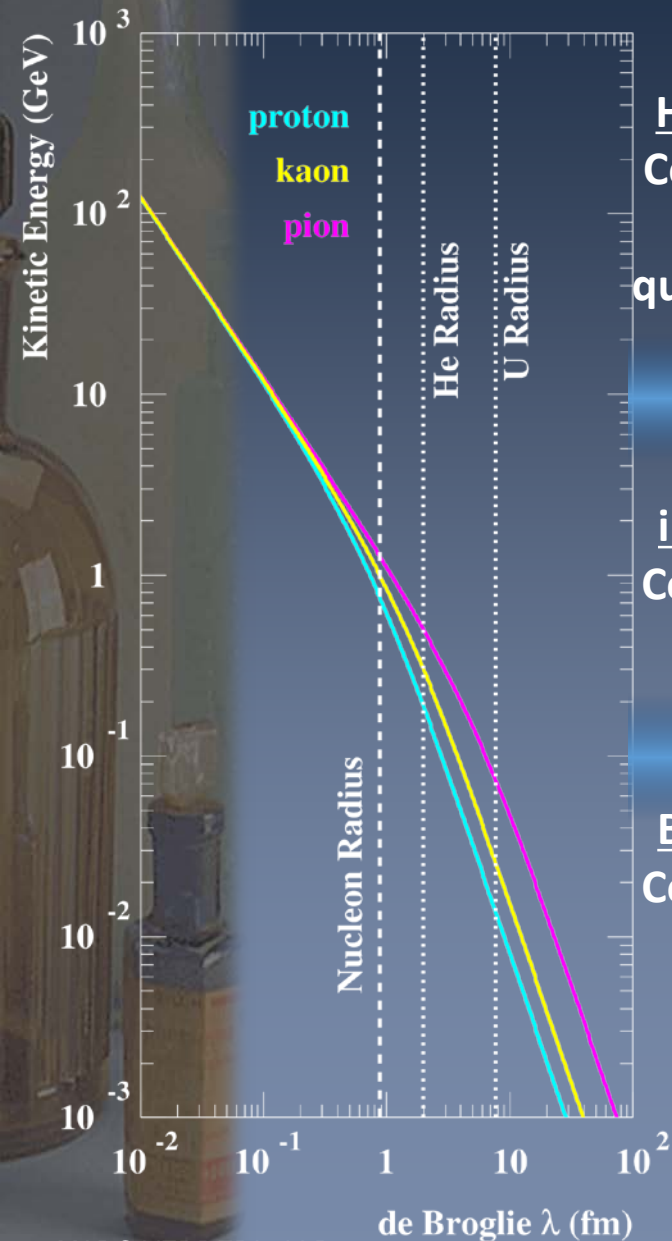
Cherenkov Photons optiques



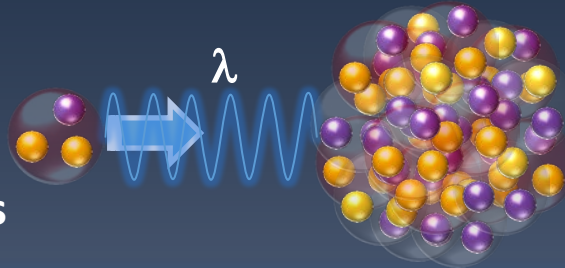
Particule chargée
(dont la vitesse est $>$ à la vitesse de la lumière dans le milieu)

- Photon optique: (X-ray, UV, visible)
 - Réflexion, réfraction, absorption, wavelength shifts, diffusion Rayleigh

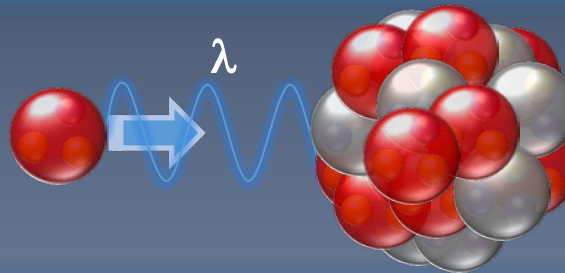
Modèles hadroniques



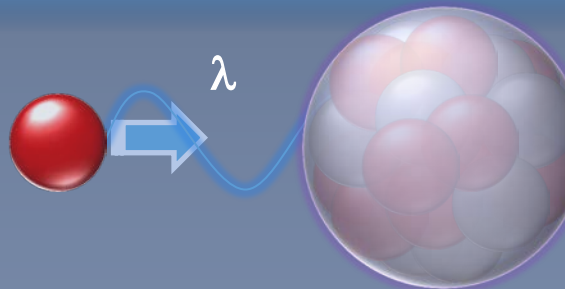
Haute énergie
Comportement dominé par quarks et gluons



Energie intermédiaire
Comportement dominé par nucléons



Basse énergie
Comportement dominé par noyau



Principaux modèles

Modèles de cordes quark gluons

Cascade intra-nucléaire

Precompound

Fission / évaporation

γ évaporation

Radioactivité

Capture au repos

Comment modélise t'on les processus ?

- On utilise la technique dite du « Monté Carlo »
- Les processus physiques sont de nature aléatoire
 - Probabilité de conversion d'un photon en paire d'électron
 - Probabilité d'émission d'un photon par un électron passant dans la matière
- Les processus physiques implémentent les « sections efficaces »
 - Qui décrivent les probabilités au-dessus
 - Tenant compte des paramètres physiques (énergie, densité, etc...)
- Un processus physique « tire » aléatoirement le nombre de « longueurs d'interactions », ou la durée, avant qu'il n'agisse sur la particule
 - Par exemple au bout de combien de temps le processus de désintégration va agir
 - Ou à quelle distance aura lieu une interaction photo-nucléaire
- Puis on met ces processus ensembles, à agir sur la particule, avec un arbitre: le « stepping » (on en reparlera)
- Si un processus intervient, il détermine alors le sort de la particule:
 - Sa perte d'énergie
 - Son éventuelle disparition
 - L'éventuelle création de particules secondaires
- Tout cela, sous le contrôle du stepping

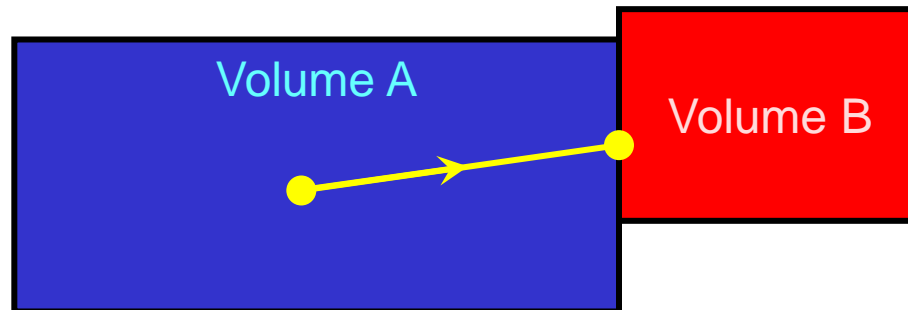
Le stepping

Le cœur de la simulation: le stepping

- Geant4 fait progresser les particules par « pas »
 - « pas » = « step » en anglais
 - ...cette progression s'appelle donc le « stepping »
- C'est lors de cette progression qu'intervient le calcul des processus physiques, en se basant
 - sur les propriétés de la particule en cours (particule primaire)
 - du milieu courant
 - et qui aboutit :
 - au calcul de l'énergie déposée
 - à la création d'éventuelles particules secondaires
 - et qui modifie l'état de la primaire
 - Énergie, direction, etc...
- L'ensemble de ces opérations de stepping constitue le « tracking »
 - C'est le chef d'orchestre de la simulation

Un step se déroule dans un seul et même volume

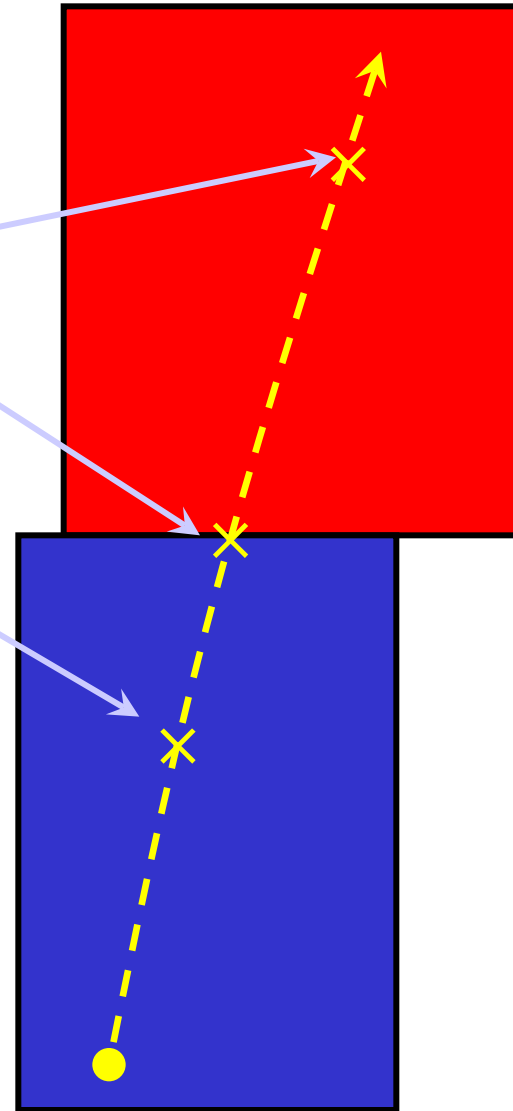
- Ceci afin de garantir un seul et même matériau tout au long du step:
 - Le même que celui utilisé pour faire les calculs physiques au point de départ du step
- C'est le processus de transport qui assure cette fonction
 - Si une frontière de volume doit être franchie, le processus de transport demande à arrêter le step sur la surface du volume.
 - C'est aussi lui qui déplace la particule, en mettant à jour ses coordonnées



Histoire d'un step

1. Détermination de la longueur du step:

- Pour ce faire, le stepping demande à chaque processus quelle longueur de vol il autorise pour la particule
 - Par exemple, s'il s'agit d'un positron, on peut avoir:
 - le processus « annihilation » répond 22.1 cm
 - Le processus de transport (géométrie) répond 12.1 cm
 - Le bremstrahlung répond 7.3 cm
 - Dans ce cas la longueur de step sera 7.3 cm



Histoire d'un step

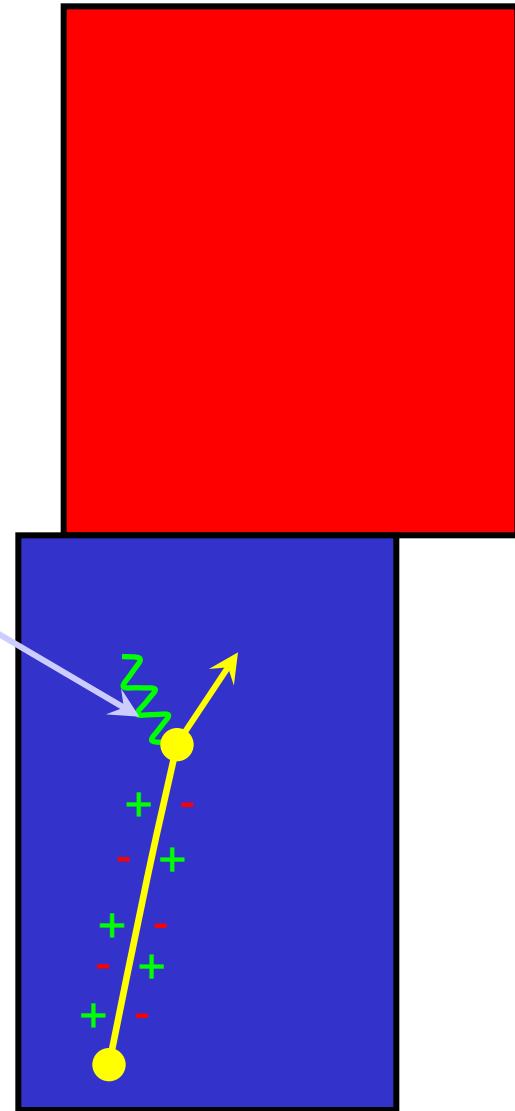
1. Détermination de la longueur du step:

- Pour ce faire, le stepping demande à chaque processus quelle longueur de vol il autorise pour la particule
 - Par exemple, s'il s'agit d'un positron, on peut avoir:
 - le processus « annihilation » répond 22.1 cm
 - Le processus de transport (géométrie) répond 12.1 cm
 - Le bremsstrahlung répond 7.3 cm
 - Dans ce cas la longueur de step sera 7.3 cm

2. Application des processus physiques:

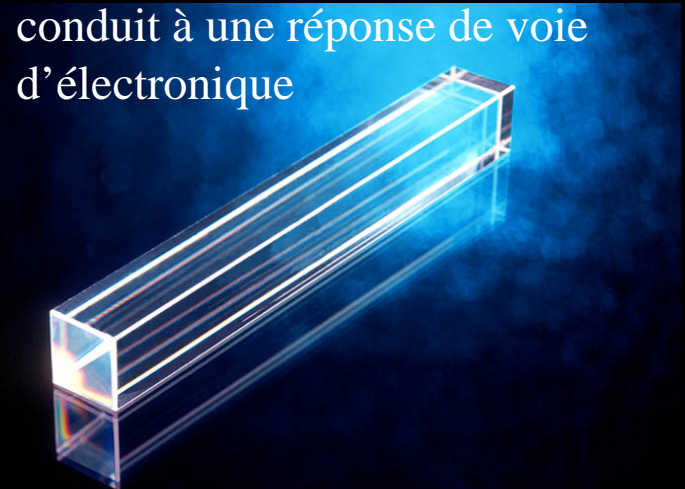
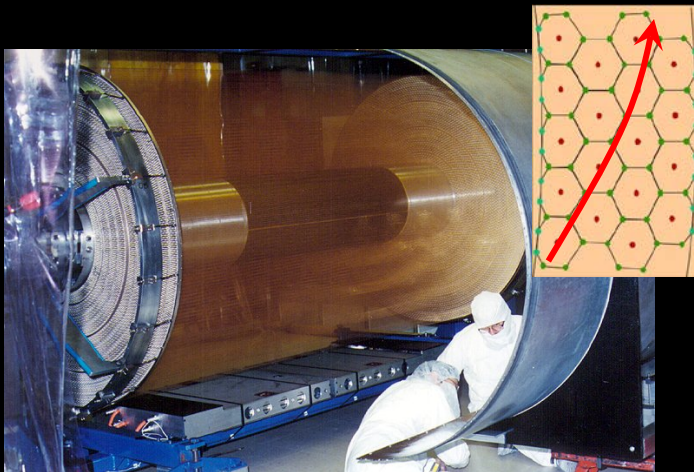
- En deux temps:
 - D'abord les contributions « continues »
 - comme l'ionisation
 - et calcul de l'énergie déposée dans la matière
 - Puis les processus ponctuels:
 - Ici, le bremsstrahlung: émission d'un photon
 - Dans ce cas, pas de dépôt supplémentaire d'énergie

3. Enfin, si le volume dans lequel s'est déroulé le step est sensible : appel au code utilisateur pour traiter le dépôt d'énergie



Que fait-on des dépôts dans les volumes « sensibles » ?

- Ces dépôts sont le point de départ pour simuler la réponse du détecteur
- Chambres à traces :
 - On s'intéresse aux particules individuellement
 - Chaque dépôt est converti en une réponse de voie d'électronique
- Calorimètres:
 - Il y a développement de gerbe
 - Cascade de secondaires dans un cristal par exemple
 - C'est la somme des dépôts qui conduit à une réponse de voie d'électronique



- Ce sont de grandes lignes, chaque expérience a ensuite ses variantes
 - Par ex: considérant les dépôts segmentant un cristal le long de son axe.
- Ces réponses de voie d'électronique sont alors traitées par la reconstruction.

Histoire d'un évènement

- Au début de l'évènement, le générateur fournit les particules « primaires » à tracer
 - Photons issus de la désintégration du Higgs,
 - Particules filles de la désintégration d'un méson B
 - Etc...
- Chacune de ces particules est tracée jusqu'à
 - Disparaître par interaction
 - Ou sortir du « world » volume
 - Lors de son tracking, cette particule crée des particules secondaires.
- Ces particules secondaires sont à leur tour tracées, et ainsi de suite, jusqu'à disparition complète de toutes les particules.
- Reste alors les dépôts d'énergie dans les volumes « sensibles »
 - Et toutes informations que l'utilisateur a bien voulu conserver
 - Comme les relations mère → {filles}

Les cuts

Seuil de production de secondaires

Les cuts

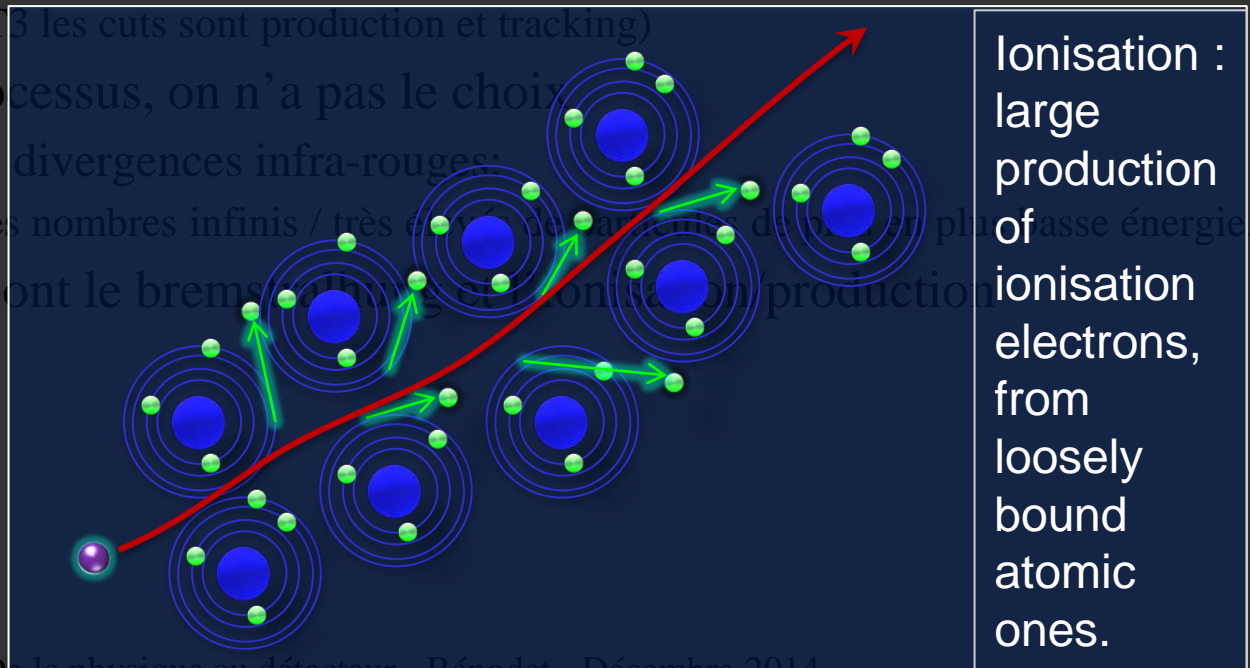
- Les « cuts » sont un sujet récurrent pour qui fait une simulation.
 - Ils sont la manifestation d'une limitation de la modélisation.
- Qu'est-ce que ces « cuts » ? (en soit le mot « cut » est un peu malheureux)
 - C'est qu'on ne peut pas descendre à des particules d'énergie arbitrairement basse.
 - Cela en ferait trop !
 - On est obligé de décider d'une limite: ce sont les cuts qui définissent cela
 - Dans Geant4, ces cuts sont un seuil de production en énergie
 - Ils sont utilisés pour empêcher des particules de trop basse énergie de naître.
 - (Dans GEANT3 les cuts sont production et tracking)
- Et pour certains processus, on n'a pas le choix
 - Ils présentent des divergences infra-rouges:
 - Ils génèrent des nombres infinis / très élevés de particules de plus en plus basse énergie.
 - Ces processus sont le bremsstrahlung et l'ionisation/production de δ -rays

Les cuts

- Les « cuts » sont un sujet récurrent pour qui fait une simulation.
 - Ils sont la manifestation d'une limitation de la modélisation.
- Qu'est-ce que ces « cuts » ? (en soit le mot « cut » est un peu malheureux)
 - C'est qu'on ne peut descendre à des particules d'énergie arbitrairement basse.
 - Cela en ferait trop !
 - On est obligé de décider d'une limite: ce sont les cuts qui définissent cela

Bremstrahlung: actual divergence in forward production of ultra-soft gammas

- (Dans GEANT3 les cuts sont production et tracking)
- Et pour certains processus, on n'a pas le choix
 - Ils présentent des divergences infra-rouges:
 - Ils génèrent des nombres infinis / très élevés par exemple de photons plus basse énergie.
 - Ces processus sont le bremsstrahlung et ionisation (sauf production)



Ionisation : large production of ionisation electrons, from loosely bound atomic ones.

Les cuts

- Les « cuts » sont un sujet récurrent pour qui fait une simulation.
 - Ils sont la manifestation d'une limitation de la modélisation.
- Qu'est-ce que ces « cuts » ? (en soit le mot « cut » est un peu malheureux)
 - C'est qu'on ne peut pas descendre à des particules d'énergie arbitrairement basse.
 - Cela en ferait trop !
 - On est obligé de décider d'une limite: ce sont les cuts qui définissent cela
 - Dans Geant4, ces cuts sont un seuil de production en énergie
 - Ils sont utilisés pour empêcher des particules de trop basse énergie de naître.
 - (Dans GEANT3 les cuts sont production et tracking)
- Et pour certains processus, on n'a pas le choix
 - Ils présentent des divergences infra-rouges:
 - Ils génèrent des nombres infinis / très élevés de particules de plus en plus basse énergie.
 - Ces processus sont le bremsstrahlung et l'ionisation/production de δ -rays
- Mais ces secondaires auraient emporté une énergie ? Qu'en fait-on ?
 - L'énergie correspondante est comptabilisée comme contribution continue.
- Il s'agit de trouver alors un compromis entre vitesse et précision.
 - Cela dépend complètement de l'expérience, du sous-détecteur, etc...

Et enfin...

Mise en œuvre de la simulation

- Cela consiste, pour un utilisateur a
 - Décrire sa géométrie de détecteur
 - Volumes, matériaux, volumes « sensibles »
 - Décrire la physique mise en jeu:
 - Sélectionner les processus physiques d'intérêt pour sa simulation
 - Domaine en énergie
 - Adapter les « cuts » : seuil de production
 - Sélectionner les particules présentes
 - Raccorder son générateur d'évènements à la simulation

Démos ?

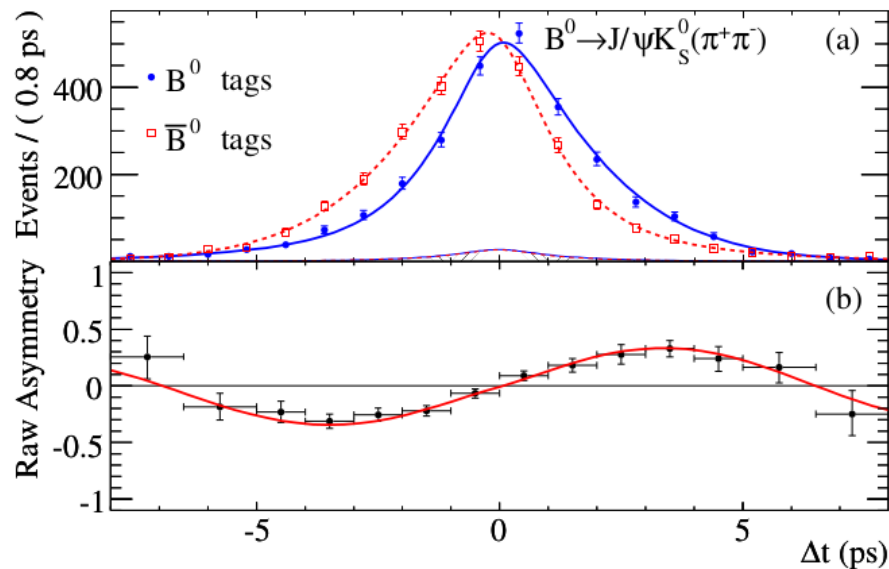
RAPPEL

– QUATRIÈME PARTIE –

L'AJUSTEMENT

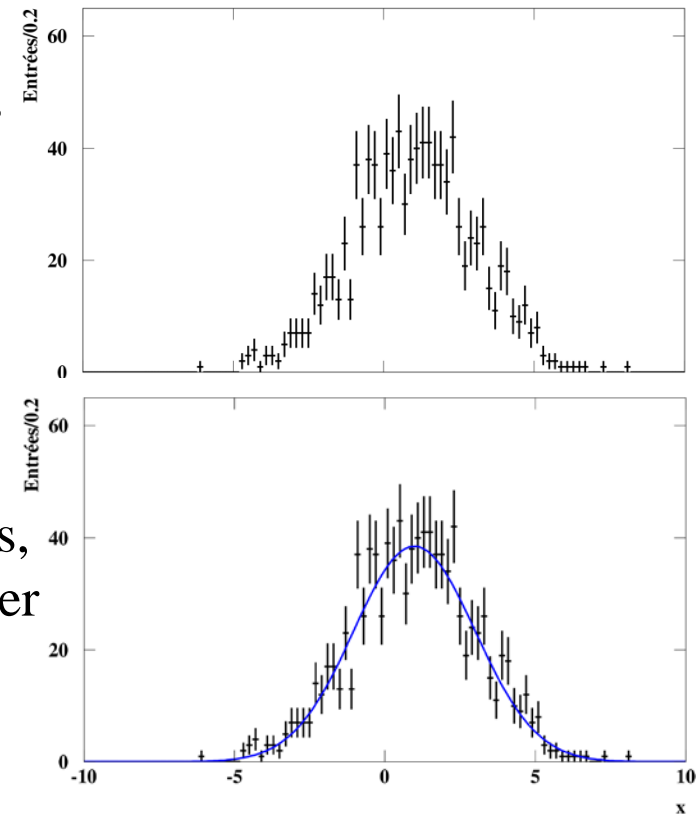
Introduction

- Nous avons vu, dans une analyse de physique, le besoin pour faire « coller au mieux » un modèle sur un échantillon de données, en ajustant les paramètres de ce modèle.
 - Dans notre cas, il s'agissait d'ajuster $\sin(2\beta)$.



Introduction

- Ce problème d'ajustement est un problème général, celui des « statistiques »
- Il y a les « probabilités » :
 - partant d'une distribution (théorique) connue, et contrôlée par des paramètres, connus eux aussi, on peut générer un échantillon de données.
- Et les « statistiques » :
 - Qui est la démarche « inverse »
 - partant d'un échantillon de données observées, et supposant une distribution, comment estimer les paramètres contrôlant la distribution ?
 - Et dans quelle fourchette peuvent varier ces paramètres ?



Probabilités

Distribution de probabilité, comportant des paramètres _____

génération

Echantillon de données

Statistiques

Distribution de probabilité, comportant des paramètres _

inférence

Echantillon de données

Probabilités



Je joue aux dés, et
le lance 10 fois

génération

1: 2 ; 2: 2; 3: 0 ;
4: 5; 6: 1

Statistiques

Mon dés est-il pipé ?

inférence

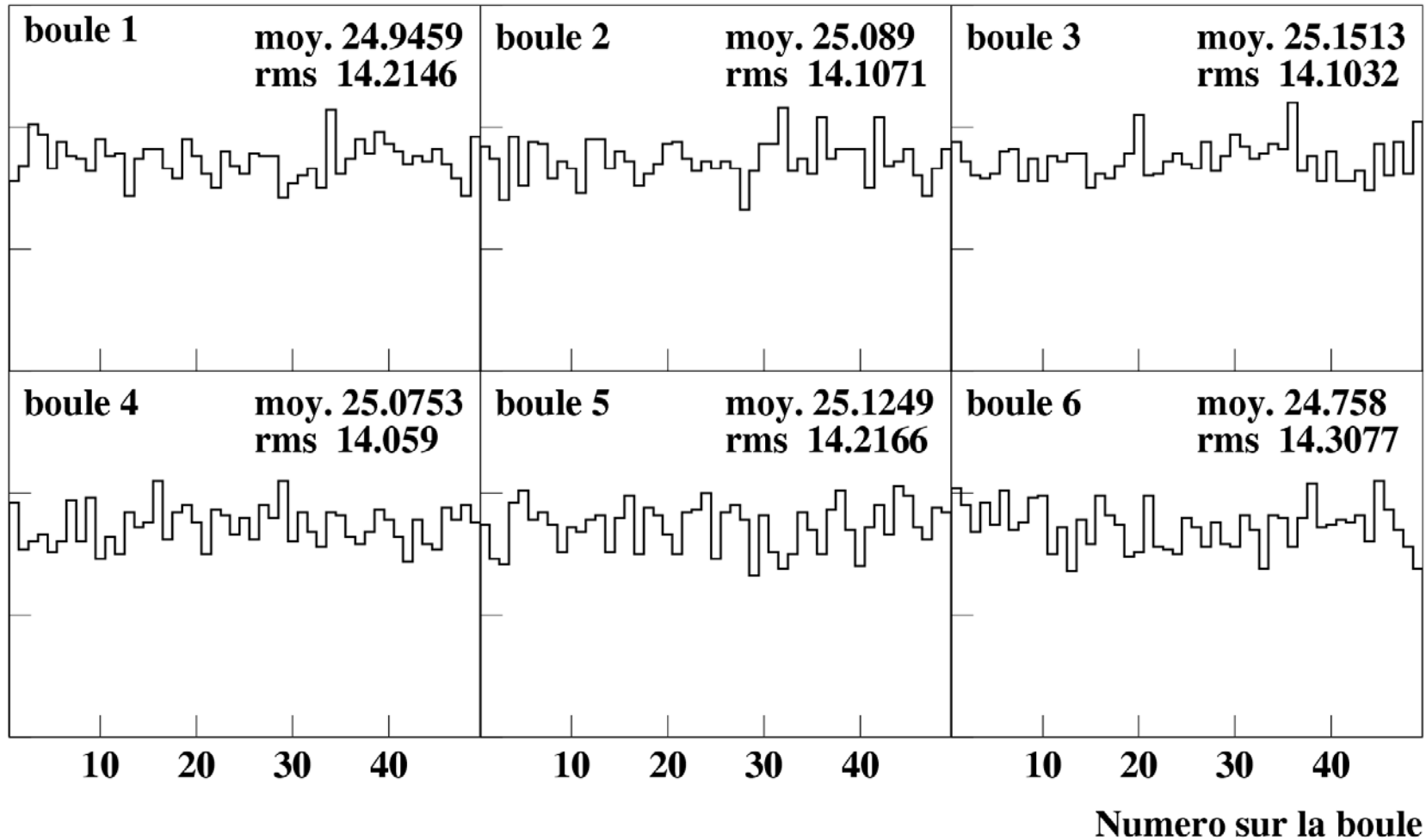
1: 2 ; 2: 2; 3:0 ;
4: 5; 6: 1

• Et dans quelle fourchette peuvent varier ces paramètres ?

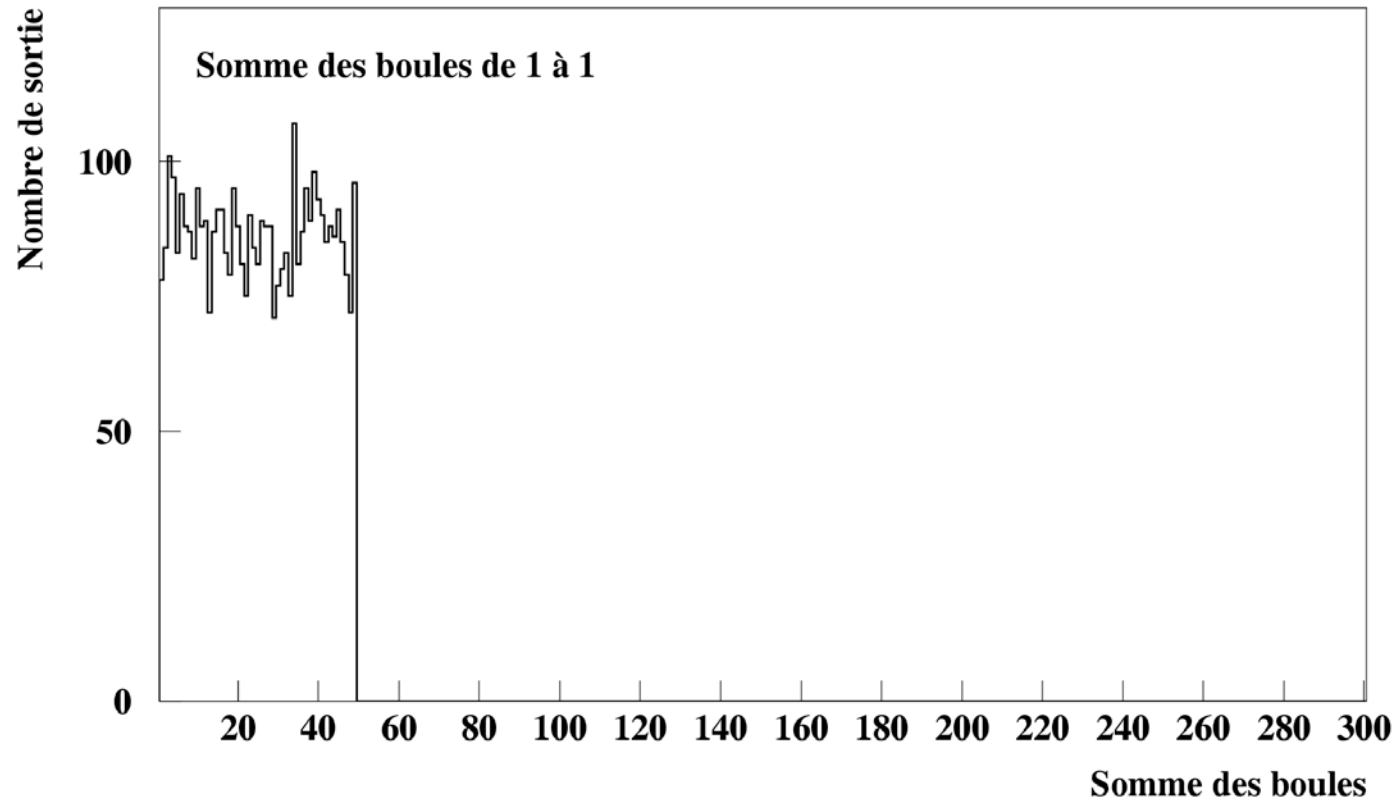
PROBABILITÉS

Les tirages du LOTO !

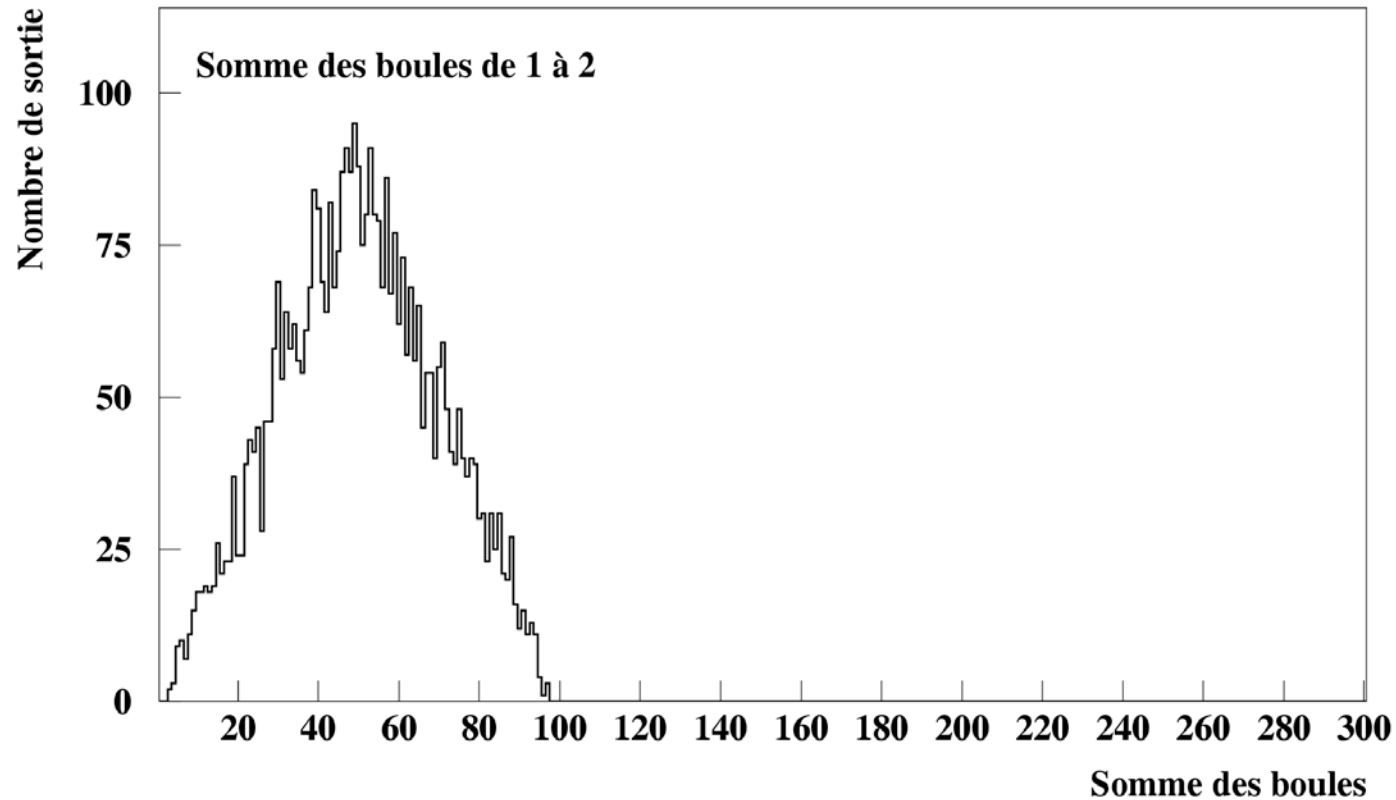
(ancienne version du LOTO, à 6 numéros)



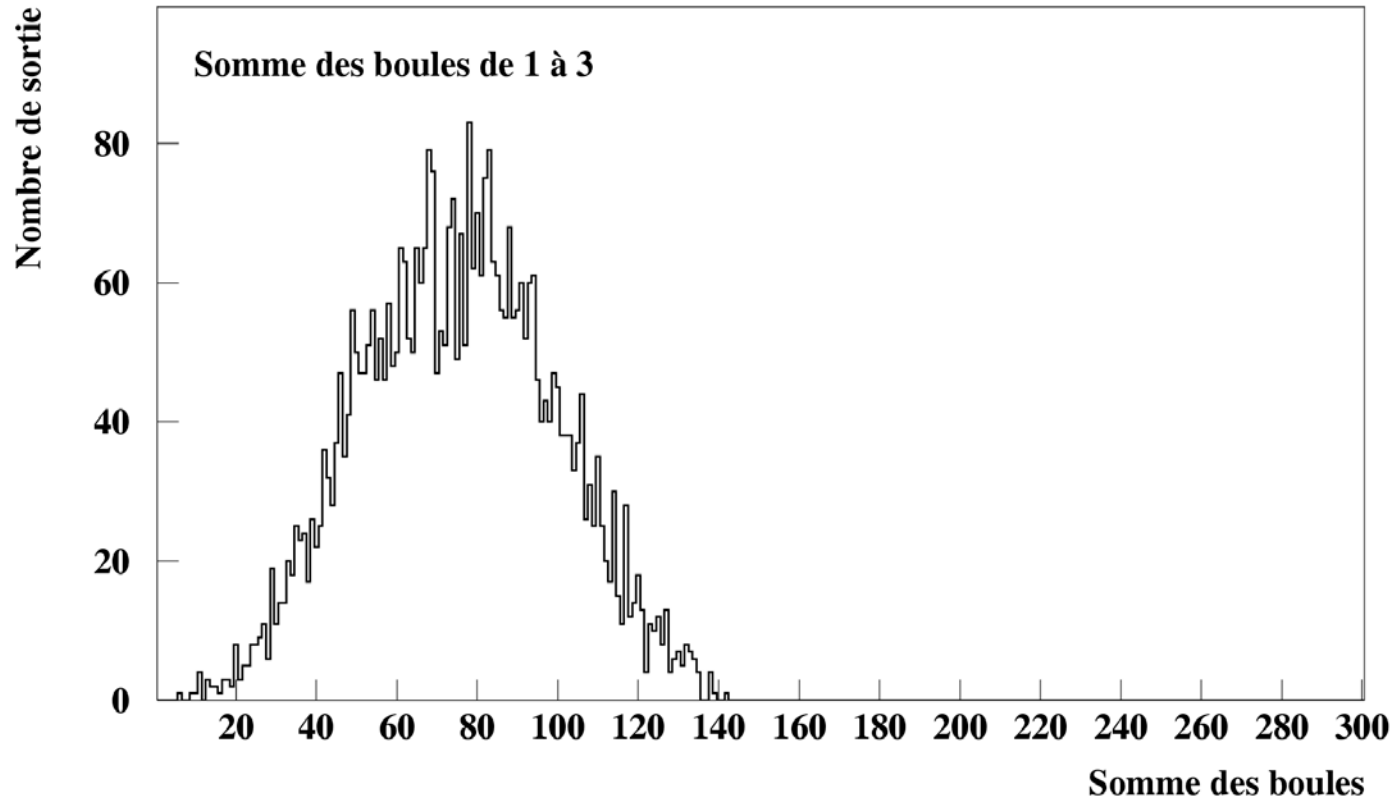
Somme des numéros



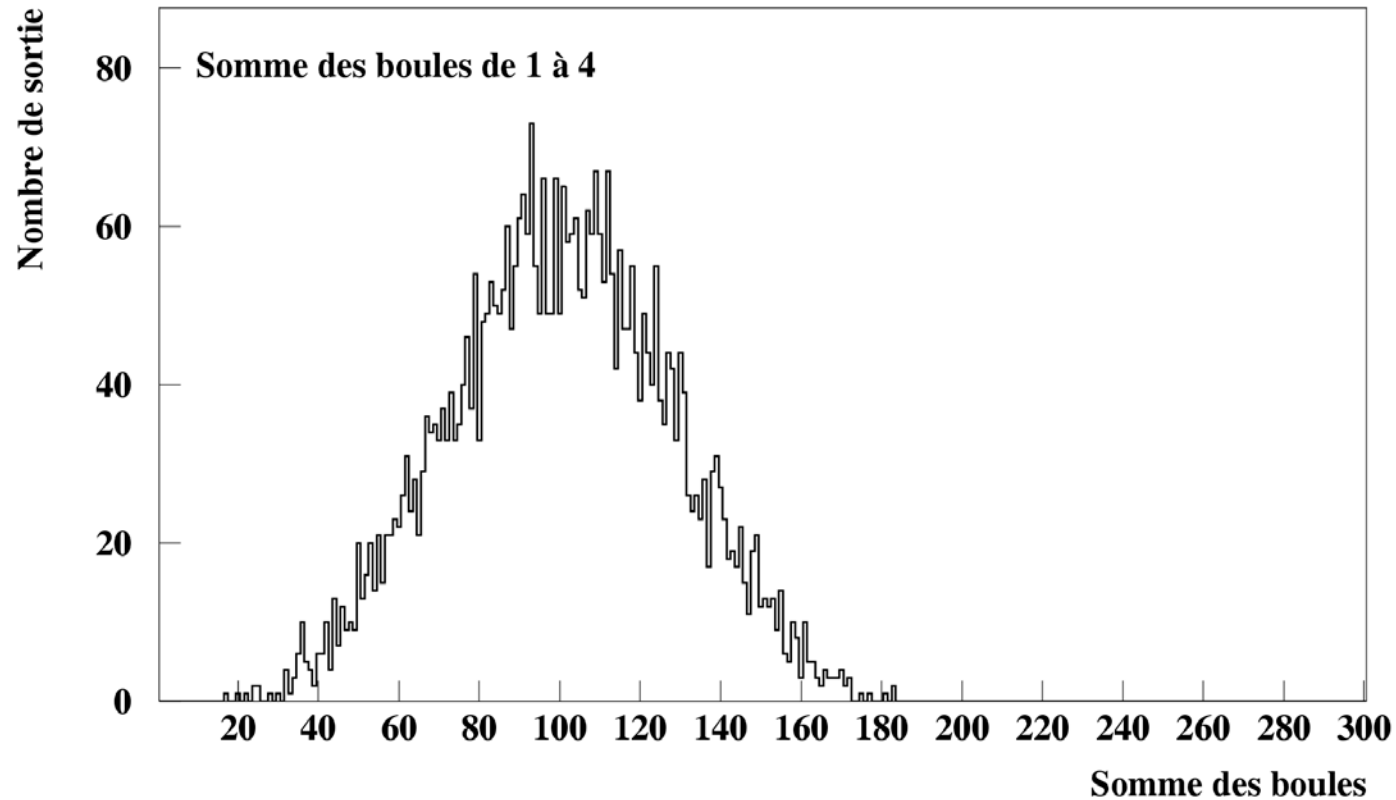
Somme des numéros



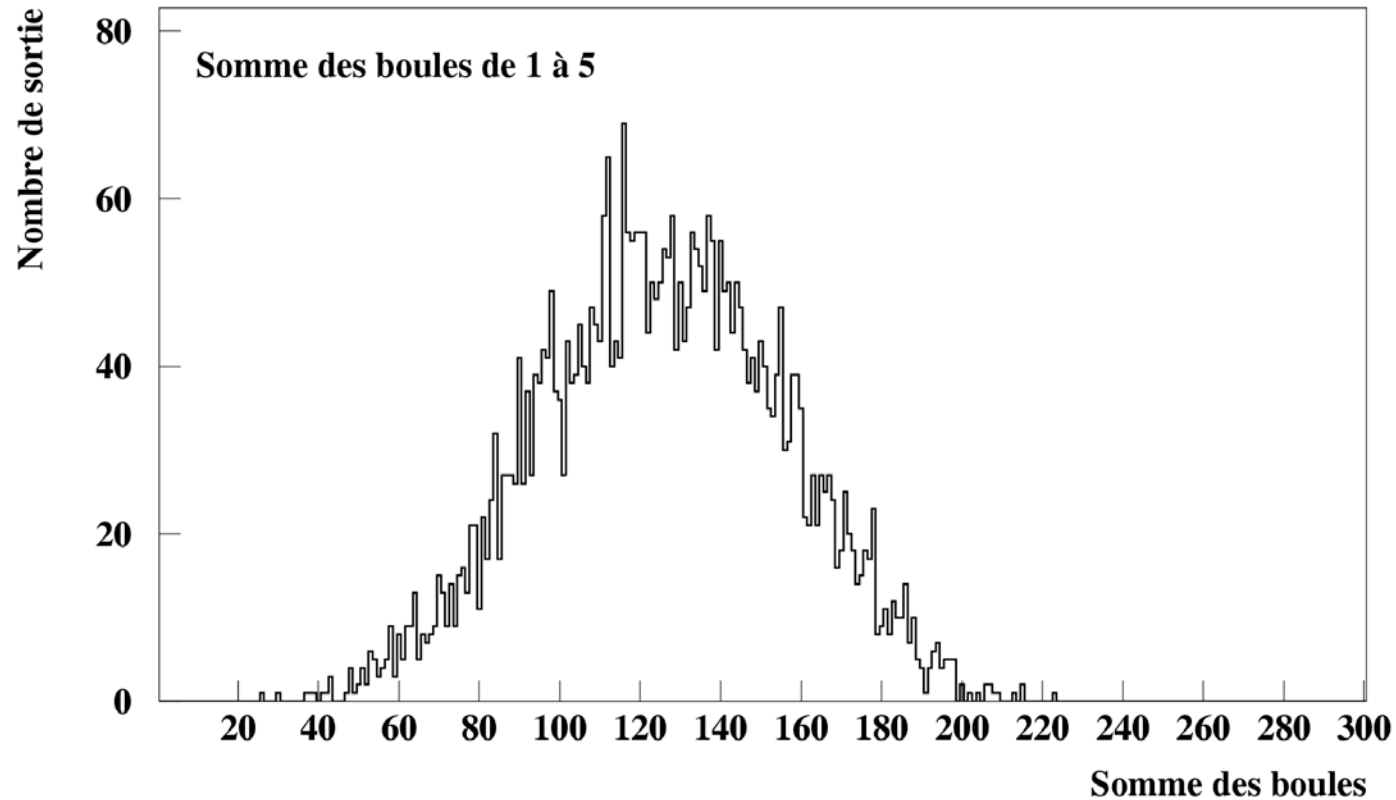
Somme des numéros



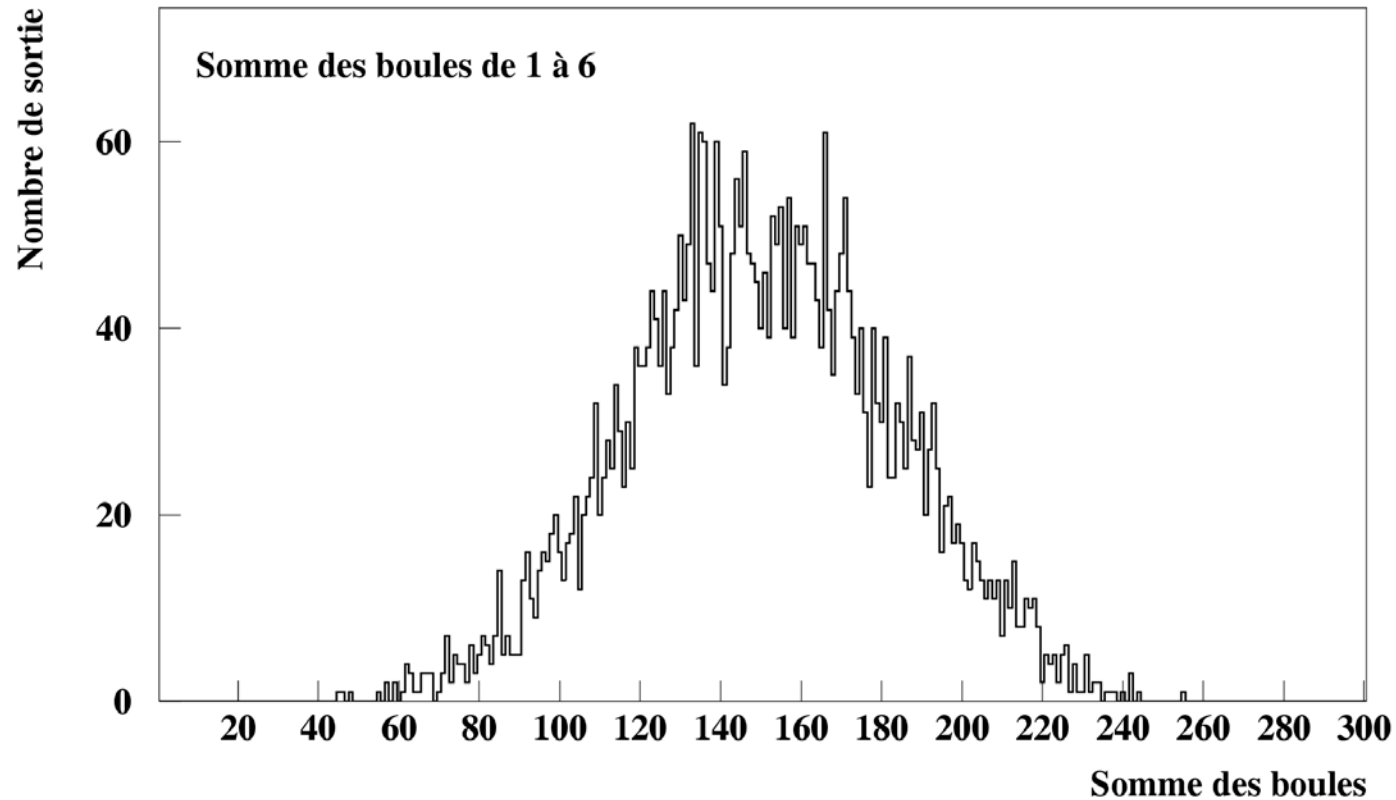
Somme des numéros



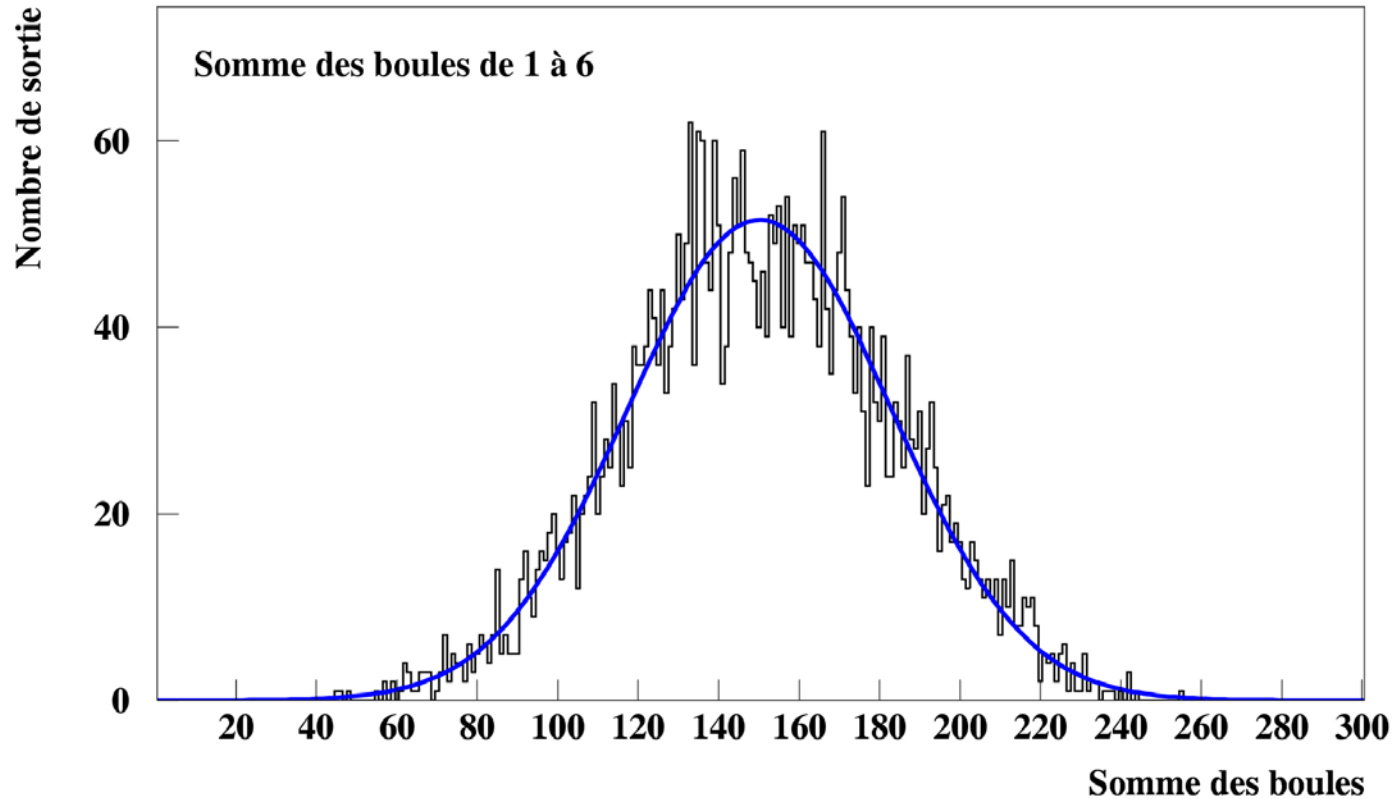
Somme des numéros



Somme des numéros



Somme des numéros

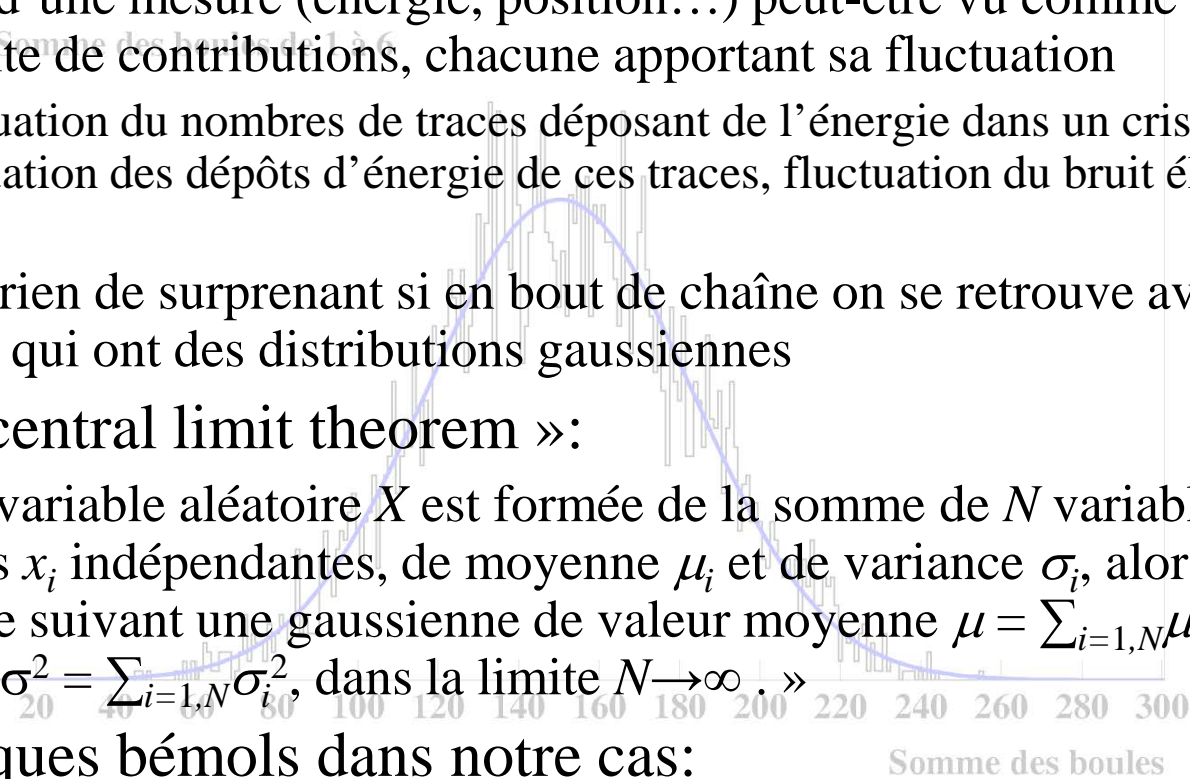


- Ajustement par une « gaussienne »

« central limit theorem »

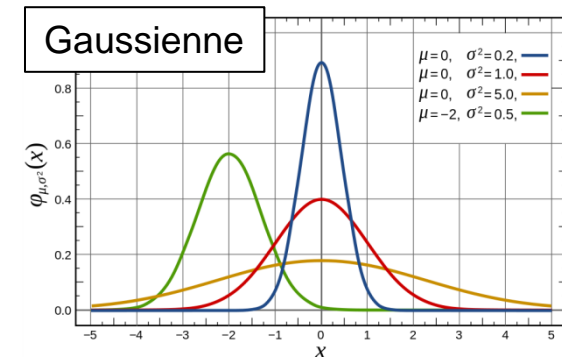
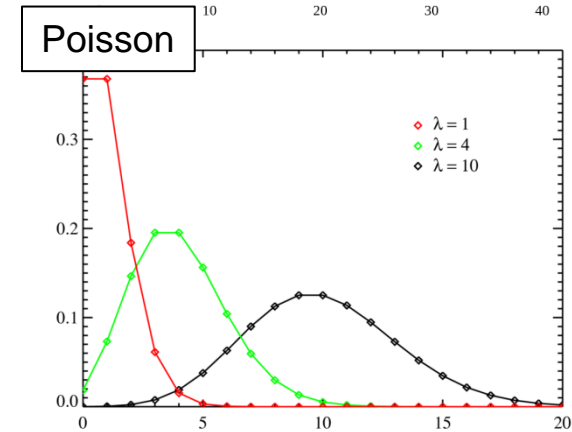
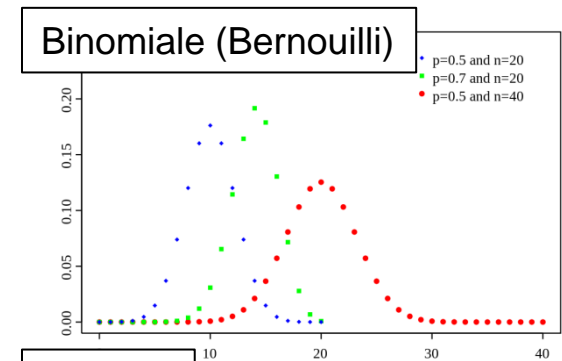
- Les physiciens aiment les gaussiennes:
 - Résultat d'une mesure (énergie, position...) peut-être vu comme provenant d'une suite de contributions, chacune apportant sa fluctuation
 - Fluctuation du nombre de traces déposant de l'énergie dans un cristal, fluctuation des dépôts d'énergie de ces traces, fluctuation du bruit électronique, etc...
 - Cela n'a rien de surprenant si en bout de chaîne on se retrouve avec des quantités qui ont des distributions gaussiennes
- C'est le « central limit theorem »:
 - « Si une variable aléatoire X est formée de la somme de N variables aléatoires x_i indépendantes, de moyenne μ_i et de variance σ_i , alors X est distribuée suivant une gaussienne de valeur moyenne $\mu = \sum_{i=1,N} \mu_i$ et de variance $\sigma^2 = \sum_{i=1,N} \sigma_i^2$, dans la limite $N \rightarrow \infty$. »
- Avec quelques bémols dans notre cas:
 - Les x_i doivent être continues (mais j'ai pris des gros bins)
 - On a $N=6$
 - Mais résultat déjà pas si mal !

Nombre de bémols



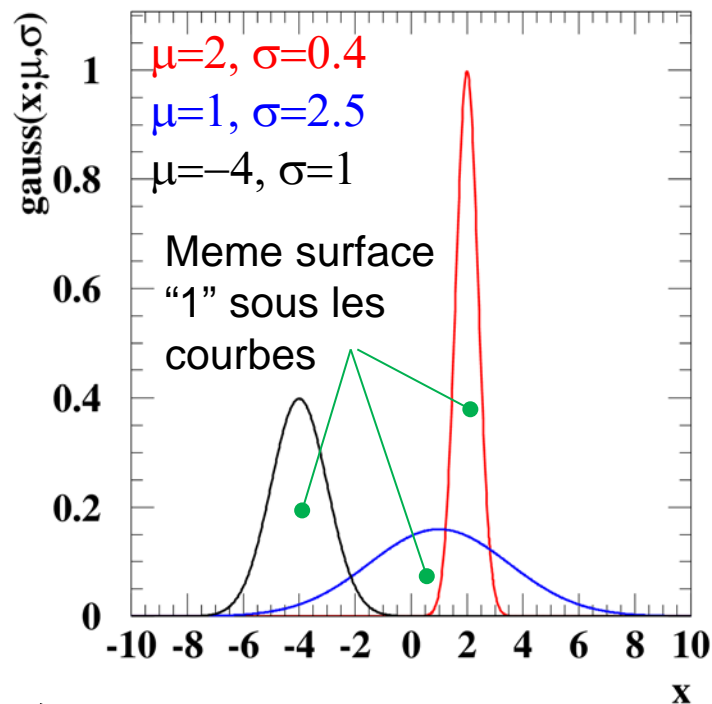
LOTO & distributions de probabilités

- Le tirage des boules du LOTO met en jeu une distribution “uniforme”
 - Chaque boule a la même probabilité de sortie
 - Dit autrement (pour le tirage la première boule):
 - Probabilité($i, i=1,49$) = $1/49$
- Des distributions de probabilités il en existe autant que vous voulez
 - Binomiale (ex: pile ou face) :
 - proba d’observer x succès pour n tirages, avec proba p de réussite par tirage
 - Poisson:
 - par exemple, si on attend en moyenne 2.54 évènements, quelle est la proba d’en observer 8 ?
 - cas limite de la loi binomiale quand $p \rightarrow 0$ et $n \rightarrow \infty$; $\lambda = n \cdot p$.
 - Gaussienne ou « loi normale »
 - Cas limite de la loi de Poisson quand la moyenne devient grande
 - Exponentielle :
 - celle décrivant les décroissances radioactives
 - ou la proba d’interaction dans la matière avec la distance
 - Une (au moins) par canal de physique étudié...



Pour formaliser: qu'est-ce qu'une distribution de probabilité ?

- C'est une fonction:
 - Positive (ou nulle)
 - Car c'est une probabilité
 - Elle peut être d'une ou plusieurs variables
 - $f(x), g(x, y), h(x, y, z), \dots$
 - Ces variables sont définies sur un certain domaine, fini ou non
 - D'intégrale 1:
 - $\int f(x)dx = 1; \int g(x, y)dxdy = 1; \dots$
 - Et cela quelle que soit la valeur du et ou des paramètres
 - $\int f(x; p_1, p_2, p_3)dx = 1; \int g(x, y; p_1, \dots, p_n)dxdy = 1; \dots$
- Somme toute, une distribution de probabilité est un objet mathématique assez peu contraint.



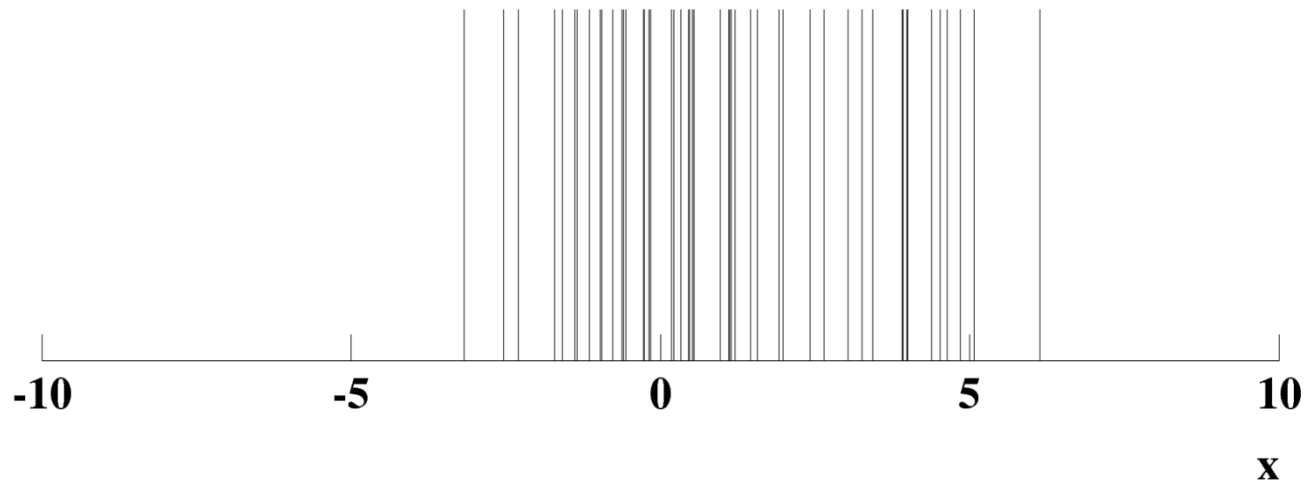
~~STATISTIQUES~~ AJUSTEMENT

Qu'est qu'un « ajustement », « fit » en anglais ?

- Ce que nous venons de voir concerne les probabilités:
 - On connaît la distribution et ses paramètres
 - On génère des données selon cette distribution
- Dans une analyse de physique, on veut donc faire le « contraire »:
 - On observe des données et on veut remonter à la distribution sous-jacente.
 - En général on a un modèle pour ces données, et ce que l'on cherche à déterminer ce sont les paramètres (par exemple $\sin(2\beta)$) qui contrôlent ce modèle.
- Un ajustement est une technique qui permet de faire cela
 - C'est un outil dont on a besoin pour « faire des statistiques »
 - Il permet une extraction / estimation des paramètres
- Dans la suite, exemples avec des données générées suivant une gaussienne, avec moyenne $\mu = 1$ et écart type $\sigma = 2$.

Le problème

- On observe ces données (50 valeurs ici):



- Que valent μ et σ ?

Relativement simple dans ce cas...

- On connaît des façons d'estimer la moyenne et le sigma:

Une estimation de μ : $\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

Une estimation de σ^2 : $\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{\mu})^2$



$$\bar{\mu} = 1.13$$

$$\bar{\sigma} = 2.23$$

- Et ces estimateurs sont donnés avec un écart-type, ce qui permet de donner un encadrement sur ces valeurs:

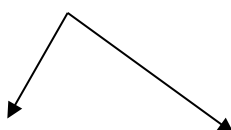
$$\bar{\mu} = 1.13 \pm 0.32 \leftarrow \sigma / \sqrt{N}$$

$$\bar{\sigma} = 2.23 \pm 0.22 \leftarrow \sigma / \sqrt{2N}$$

Mais en général...

- Formes à ajuster sont bien plus compliquées:

Paramètres à estimer



$$g_{\zeta}^{K_S^0 \pi^0, \text{obs}}(\boldsymbol{\omega}, \Delta t; \mathbf{A}, \sin 2\beta, \cos 2\beta) = \epsilon(\boldsymbol{\omega}) \frac{\Gamma_0}{2} \mathcal{A}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A}) \times$$

$$\left\{ \left[1 + \zeta \left(\frac{\Delta D}{2} \right) \right] e_{\mathcal{R}}(\Delta t) - \zeta \langle D \rangle \left[e_{\mathcal{R}}(\Delta t) \frac{\mathcal{P}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})} + s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \left(\frac{\mathcal{S}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})} \sin 2\beta + \frac{\mathcal{C}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\boldsymbol{\omega}; \mathbf{A})} \cos 2\beta \right) \right] \right\}$$

$$/ \left\{ \left[1 + \zeta \frac{\Delta D}{2} \right] \sum_{k=1,2,3,5} \mathcal{A}_k \Phi_k - \zeta \langle D \rangle \frac{1}{1+x_d^2} \sum_{k=4,6} \mathcal{A}_k \Phi_k \right\}, \quad (54)$$

Mais en général...

- Formes à ajuster sont bien plus compliquées:

Paramètres à estimer

$$g_{\zeta}^{K_S^0 \pi^0, \text{obs}}(\omega, \Delta t; \mathbf{A}, \sin 2\beta, \cos 2\beta) = \epsilon(\omega) \frac{\Gamma_0}{2} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) \times \left\{ \left[1 + \zeta \left(\frac{\Delta D}{2} \right) \right] e_{\mathcal{R}}(\Delta t) - \zeta \langle D \rangle \left[e_{\mathcal{R}}(\Delta t) \frac{\mathcal{P}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} + s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \left(\frac{\mathcal{S}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \sin 2\beta + \frac{\mathcal{C}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \cos 2\beta \right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega)|A_0|^2 + f_2(\omega)|A_{\parallel}|^2 + f_3(\omega)|A_{\perp}|^2 + f_5(\omega)|A_0||A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{P}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_4(\omega)|A_{\parallel}||A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) + f_6(\omega)|A_0||A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_0), \\ \mathcal{S}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega)|A_0|^2 + f_2(\omega)|A_{\parallel}|^2 - f_3(\omega)|A_{\perp}|^2 + f_5(\omega)|A_0||A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{C}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv -f_4(\omega)|A_{\parallel}||A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) - f_6(\omega)|A_0||A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_0), \end{aligned} \tag{54}$$

Mais en général...

- Formes à ajuster sont bien plus compliquées:

Paramètres à estimer

$$g_{\zeta}^{K_S^0 \pi^0, \text{obs}}(\omega, \Delta t; \mathbf{A}, \sin 2\beta, \cos 2\beta) = \epsilon(\omega) \frac{\Gamma_0}{2} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) \times \left\{ \left[1 + \zeta \left(\frac{\Delta D}{2} \right) \right] e_{\mathcal{R}}(\Delta t) - \zeta \langle D \rangle \left[e_{\mathcal{R}}(\Delta t) \frac{\mathcal{P}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} + s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \left(\frac{\mathcal{S}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \sin 2\beta + \frac{\mathcal{C}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \cos 2\beta \right) \right] \right\} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega) |A_0|^2 + f_2(\omega) |A_{\parallel}|^2 + f_3(\omega) |A_{\perp}|^2 + f_5(\omega) |A_0| |A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{P}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_4(\omega) |A_{\parallel}| |A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) + f_6(\omega) |A_0| |A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_0), \\ \mathcal{S}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega) |A_0|^2 + f_2(\omega) |A_{\parallel}|^2 - f_3(\omega) |A_{\perp}|^2 + f_5(\omega) |A_0| |A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{C}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv -f_4(\omega) |A_{\parallel}| |A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) - f_6(\omega) |A_0| |A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_0), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} 2 \cos^2 \theta_{K^*} [1 - \sin^2 \theta_{tr} \cos^2 \phi_{tr}], \\ f_2(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} [1 - \sin^2 \theta_{tr} \sin^2 \phi_{tr}], \\ f_3(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} \sin^2 \theta_{tr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} \sin 2\theta_{tr} \sin \phi_{tr}, \\ f_5(\omega) &\equiv -\frac{9}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta_{K^*} \sin^2 \theta_{tr} \sin 2\phi_{tr}, \\ f_6(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta_{K^*} \sin 2\theta_{tr} \cos \phi_{tr}. \end{aligned}$$

Mais en général...

- $$e_{\mathcal{R}}(\Delta t) \equiv e^{-\Gamma_0|\Delta t_{true}|} \otimes \mathcal{R}(\delta(\Delta t)),$$

$$s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \equiv e^{-\Gamma_0|\Delta t_{true}|} \sin(\Delta m \Delta t_{true}) \otimes \mathcal{R}(\delta(\Delta t)),$$

$$c_{\mathcal{R}}(\Delta t) \equiv e^{-\Gamma_0|\Delta t_{true}|} \cos(\Delta m \Delta t_{true}) \otimes \mathcal{R}(\delta(\Delta t)).$$

compliquées:

Paramètres à estimer

$$g_{\zeta}^{K_S^0 \pi^0, \text{obs}}(\omega, \Delta t; \mathbf{A}, \sin 2\beta, \cos 2\beta) = \epsilon(\omega) \frac{\Gamma_0}{2} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) \times$$

$$\left\{ \left[1 + \zeta \left(\frac{\Delta D}{2} \right) \right] e_{\mathcal{R}}(\Delta t) - \zeta \langle D \rangle \left[c_{\mathcal{R}}(\Delta t) \frac{\mathcal{P}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} + s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \left(\frac{\mathcal{S}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \sin 2\beta + \frac{\mathcal{C}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \cos 2\beta \right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega) |A_0|^2 + f_2(\omega) |A_{\parallel}|^2 + f_3(\omega) |A_{\perp}|^2 + f_5(\omega) |A_0| |A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{P}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_4(\omega) |A_{\parallel}| |A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) + f_6(\omega) |A_0| |A_{\perp}| \sin(\delta_{\perp} - \delta_0), \\ \mathcal{S}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv f_1(\omega) |A_0|^2 + f_2(\omega) |A_{\parallel}|^2 - f_3(\omega) |A_{\perp}|^2 + f_5(\omega) |A_0| |A_{\parallel}| \cos(\delta_{\parallel} - \delta_0), \\ \mathcal{C}(\omega; \mathbf{A}) &\equiv -f_4(\omega) |A_{\parallel}| |A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel}) - f_6(\omega) |A_0| |A_{\perp}| \cos(\delta_{\perp} - \delta_0), \end{aligned} \quad (54)$$


$$\begin{aligned} f_1(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} 2 \cos^2 \theta_{K^*} [1 - \sin^2 \theta_{tr} \cos^2 \phi_{tr}], \\ f_2(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} [1 - \sin^2 \theta_{tr} \sin^2 \phi_{tr}], \\ f_3(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} \sin^2 \theta_{tr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \sin^2 \theta_{K^*} \sin 2\theta_{tr} \sin \phi_{tr}, \\ f_5(\omega) &\equiv -\frac{9}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta_{K^*} \sin^2 \theta_{tr} \sin 2\phi_{tr}, \\ f_6(\omega) &\equiv \frac{9}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta_{K^*} \sin 2\theta_{tr} \cos \phi_{tr}. \end{aligned}$$

Mais en général...

- Formes à ajuster sont bien plus compliquées:

Paramètres à estimer



$$g_{\zeta}^{K_S^0 \pi^0, \text{obs}}(\omega, \Delta t; \mathbf{A}, \sin 2\beta, \cos 2\beta) = \epsilon(\omega) \frac{\Gamma_0}{2} \mathcal{A}(\omega; \mathbf{A}) \times$$

$$\left\{ \left[1 + \zeta \left(\frac{\Delta D}{2} \right) \right] e_{\mathcal{R}}(\Delta t) - \zeta \langle D \rangle \left[e_{\mathcal{R}}(\Delta t) \frac{\mathcal{P}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} + s_{\mathcal{R}}(\Delta t) \left(\frac{\mathcal{S}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \sin 2\beta + \frac{\mathcal{C}(\omega; \mathbf{A})}{\mathcal{A}(\omega; \mathbf{A})} \cos 2\beta \right) \right] \right\}$$

$$/ \left\{ \left[1 + \zeta \frac{\Delta D}{2} \right] \sum_{k=1,2,3,5} \mathcal{A}_k \Phi_k - \zeta \langle D \rangle \frac{1}{1+x_d^2} \sum_{k=4,6} \mathcal{A}_k \Phi_k \right\}, \quad (54)$$

- Et on ne s'en tire pas avec une moyenne arithmétique et un sigma...
- Et il nous faut des méthodes générales, et plus puissantes.

La méthode du maximum de vraisemblance

- Supposons que l'on collecte N valeurs indépendantes $\{x_i\}$ (nos mesures)
- Et on suppose que la distribution sous-jacente est une gaussienne (par ex.)

$$g(x; \mu_{\text{vraie}}, \sigma_{\text{vraie}})$$

- de moyenne μ_{vraie} et d'écart type σ_{vraie} inconnus
- et que l'on cherche donc à estimer.

C'est un abus de langage, la vraie probabilité est $g(x; \mu, \sigma) \cdot dx$, c'est-à-dire la probabilité d'observer une valeur entre x et $x+dx$. Mais c'est sans importance pour la suite.

- On se dit:

- La probabilité d'observer (par ex.) $x = 0.967$, en fonction de paramètres μ et σ , est

$$g(0.967; \mu, \sigma)$$

- Si on considère les N observations $\{x_i\}$, la probabilité d'observer ces valeurs est le produit des probabilités (car valeurs indépendantes):

$$L(\{x_i\}; \mu, \sigma) = g(x_1; \mu, \sigma) \cdot g(x_2; \mu, \sigma) \cdot \dots \cdot g(x_N; \mu, \sigma) = \prod_{i=1, N} g(x_i; \mu, \sigma)$$

- Ce produit est appelé la « vraisemblance » (« likelihood » en anglais).
- Et l'on se dit que les valeurs μ_{max} et σ_{max} maximisant cette vraisemblance devraient approcher les valeurs vraies μ_{vraie} et σ_{vraie} .

Log(vraisemblance)

- Techniquement, le produit

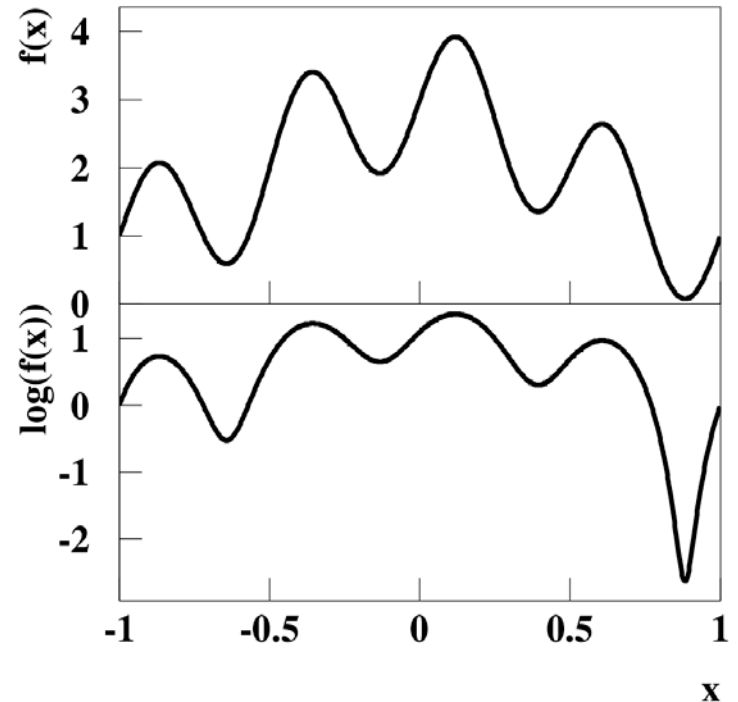
$$L(\{x_i\}; \mu, \sigma) = \prod_{i=1, N} g(x_i; \mu, \sigma)$$

aboutit à de très petits nombres, ce qui peut poser des problèmes numériques.

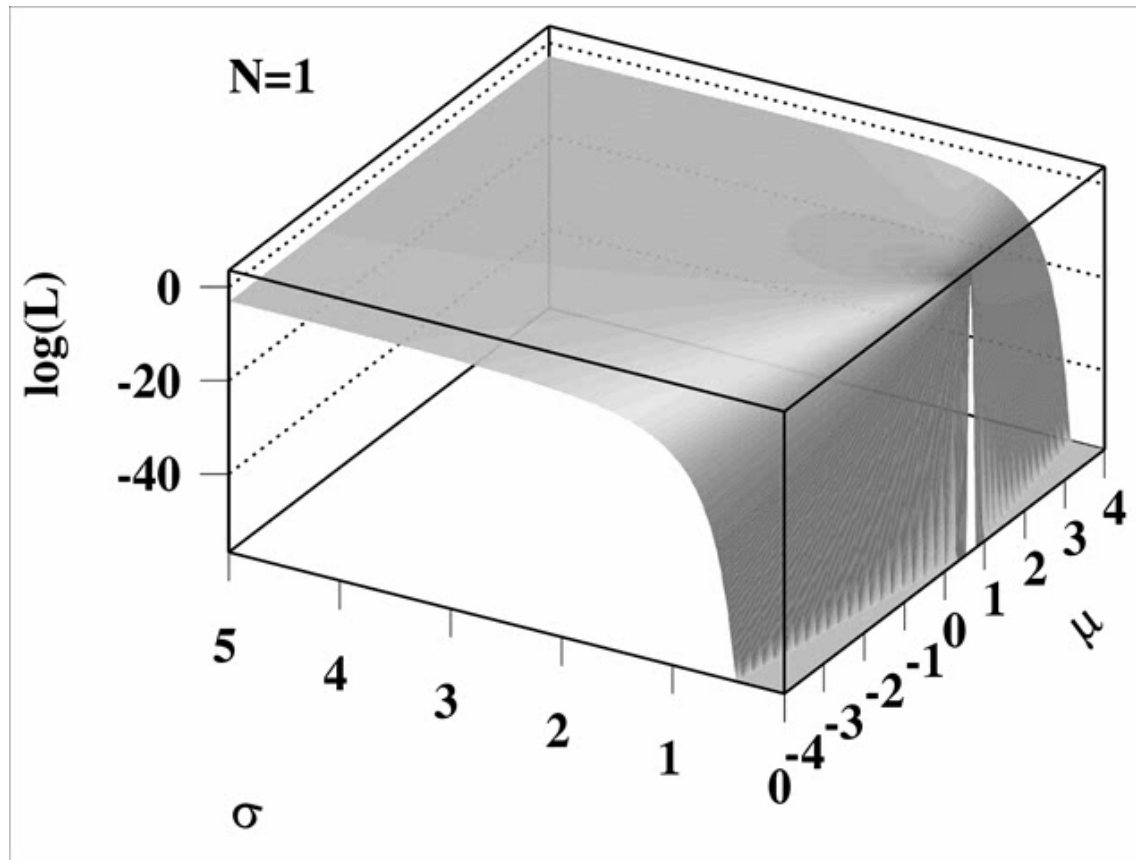
- On préfère utiliser le logarithme de cette quantité, on passe alors à la somme:

$$\log(L(\{x_i\}; \mu, \sigma)) = \sum_{i=1, N} \log(g(x_i; \mu, \sigma))$$

- (Mais ce n'est pas qu'une question de problème technique)
- S'agissant de la recherche d'un maximum, cela ne change pas le problème.
- Illustration de comment cette somme évolue avec le nombre d'évènements.
 - Dans la suite, des données $\{x_i\}$ ont été générées suivant une gaussienne
 - de valeur moyenne 1 et d'écart type 2
 - et l'on trace le Log(vraisemblance) pour différents N (de 1 à 1024).



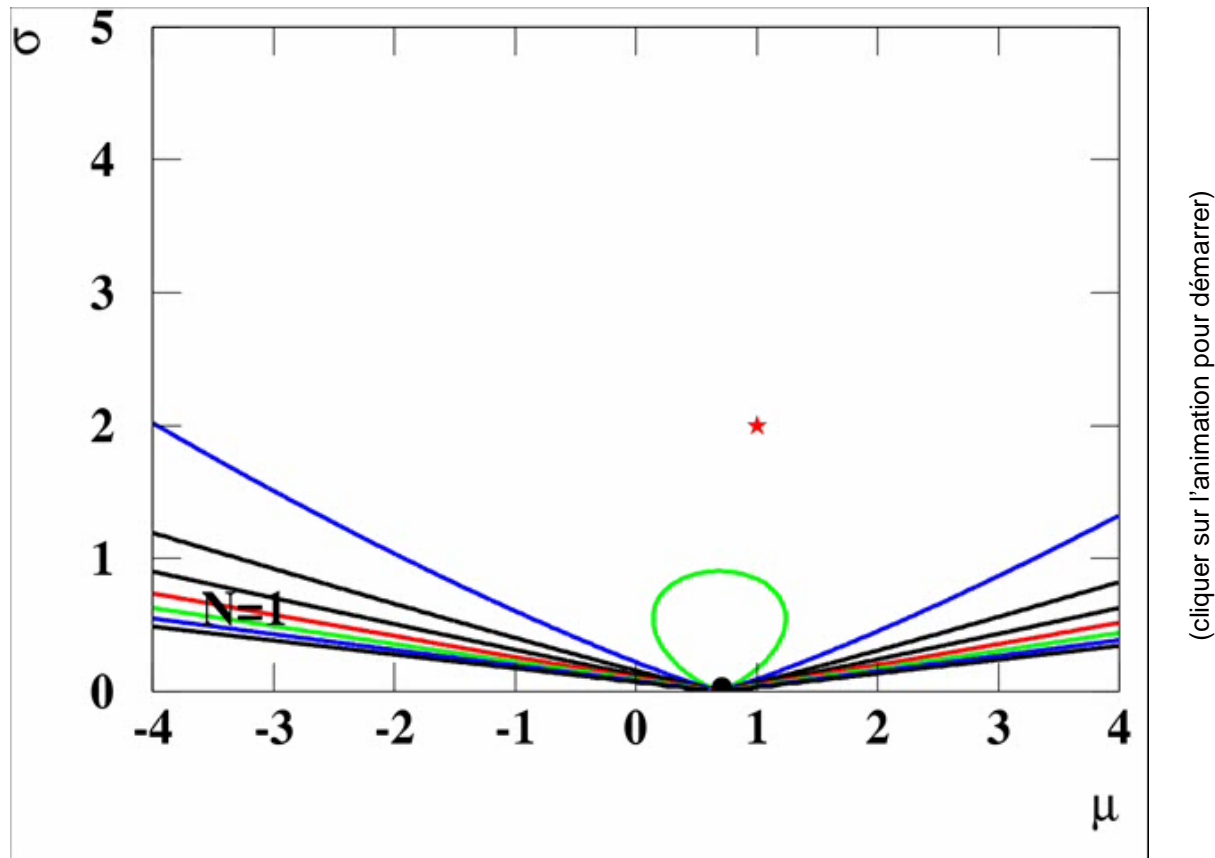
Log(vraisemblance)



(cliquer sur l'animation pour démarrer)

- Plot de $\log(\text{vraisemblance})$:
 - Hauteur de la courbe montrée: de $\{\max \text{ à } \max - 11^2/2\}$

Log(vraisemblance)



- Idem, vue de « dessus »
 - Les contours correspondent à des variations de $-1^2/2$, $-2^2/2$, $-3^2/2$... $-10^2/2$ par rapport au maximum

Preuve d'un extremum

- On montre assez facilement que la vraisemblance a un extremum pour les valeurs vraies des paramètres, dans le cas d'une statistique (= d'un nombre d'évènements) N tendant vers infini:

$$\log(L(\{x_i\}; p)) = \sum_{i=1}^N \log(f(x_i; p)) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} N \int f(x; p_0) \log(f(x; p)) dx$$

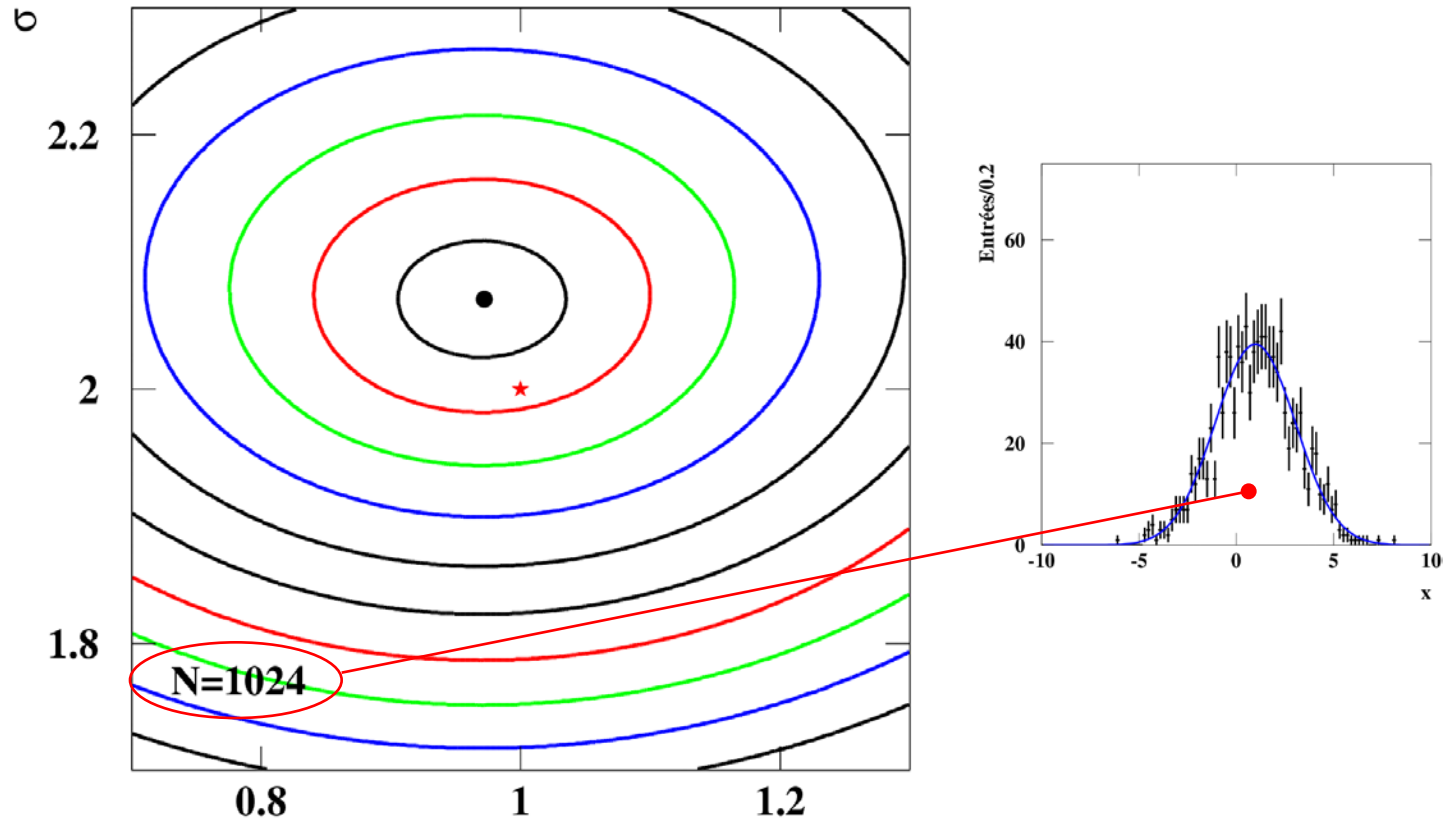
$$\frac{\partial}{\partial p} \log(L(\{x_i\}; p)) = N \int f(x; p_0) \frac{\frac{\partial f}{\partial p}(x; p)}{f(x; p)} dx$$

Valeur vraie du paramètre

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} \log(L(\{x_i\}; p_0)) &= N \int f(x; p_0) \frac{\frac{\partial f}{\partial p}(x; p)}{f(x; p_0)} dx \\ &= N \frac{\partial}{\partial p} \int f(x; p_0) dx = N \frac{\partial}{\partial p} 1 = 0 \end{aligned}$$

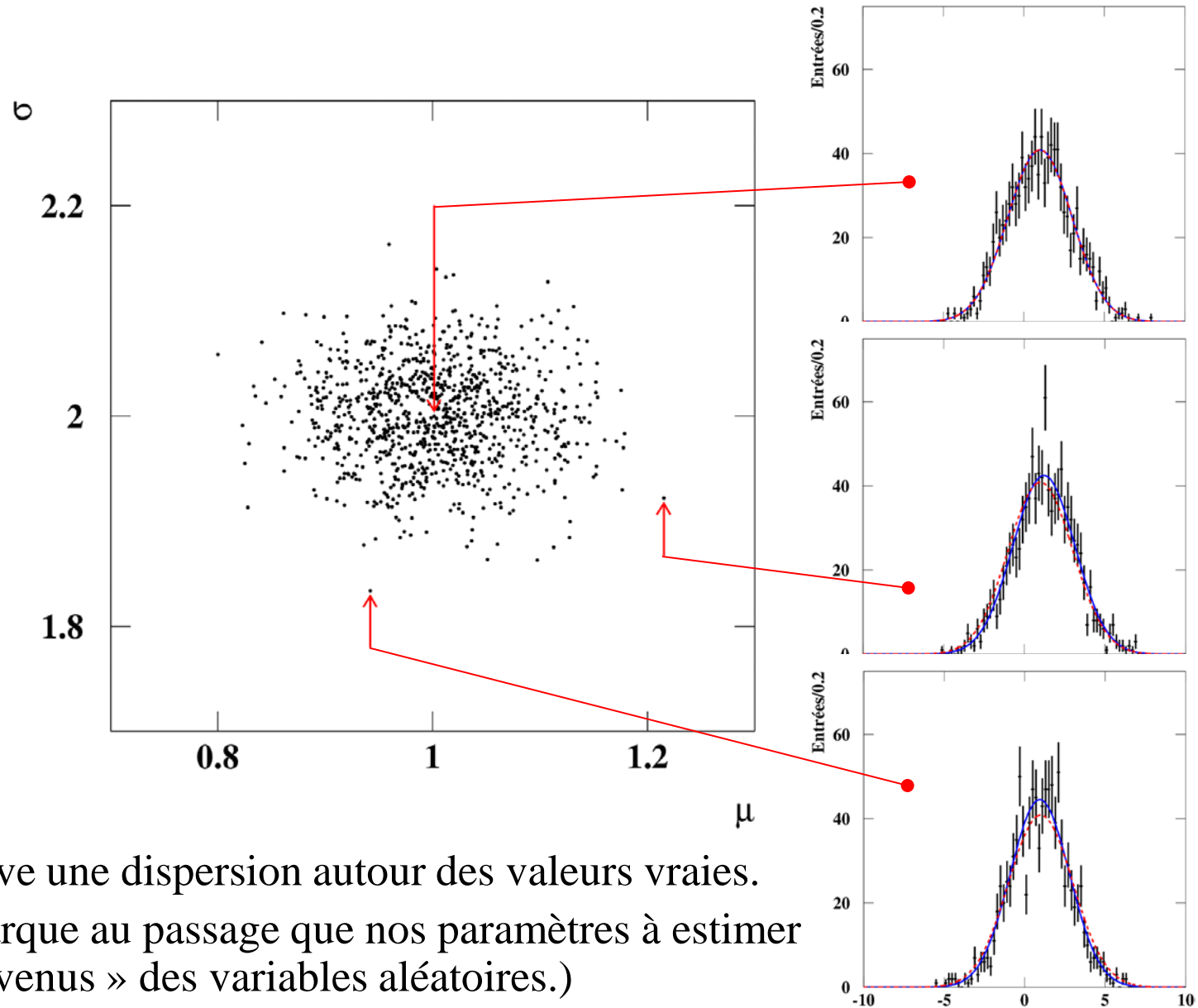
- On a donc $\frac{\partial}{\partial p} \log(L(\{x_i\}; p_0)) = 0 \Rightarrow \log(L(\{x_i\}; p))$ a donc un extremum pour les valeurs vraies des paramètres, à statistique infinie.

Log(vraisemblance)



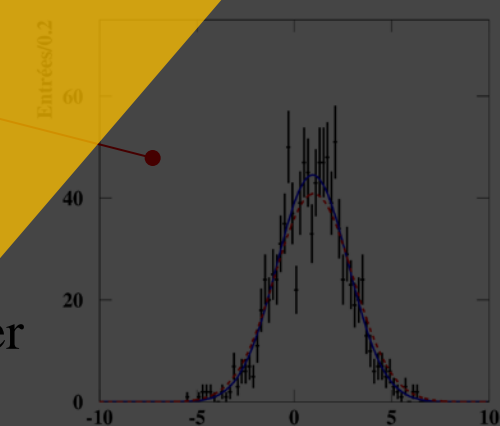
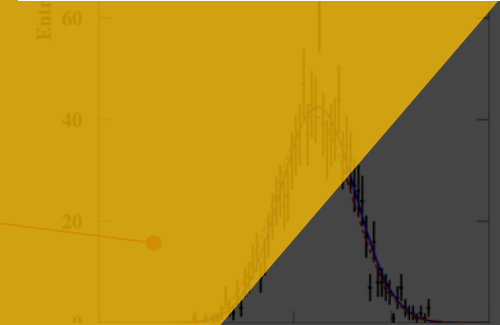
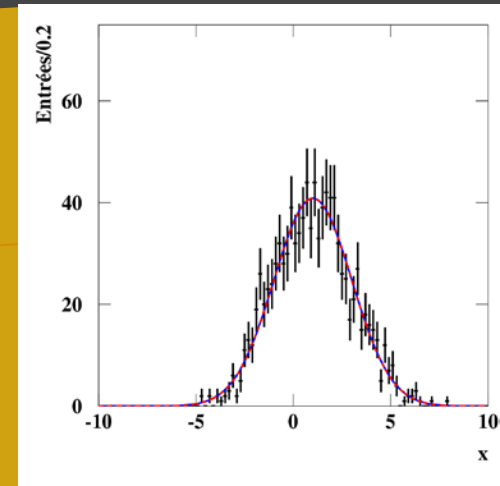
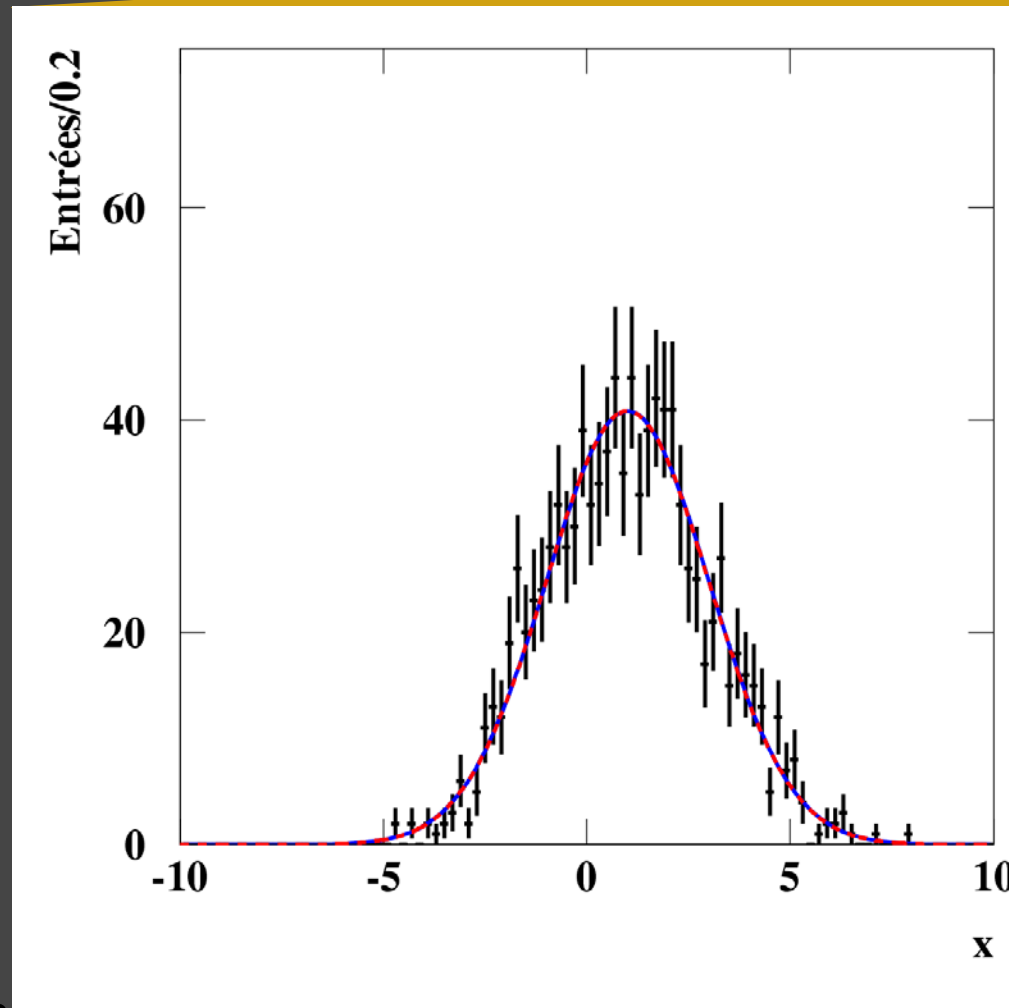
- Idem animation précédente, vue zoomée μ
- Avec la distribution de données avec laquelle le log de cette vraisemblance est calculée.

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



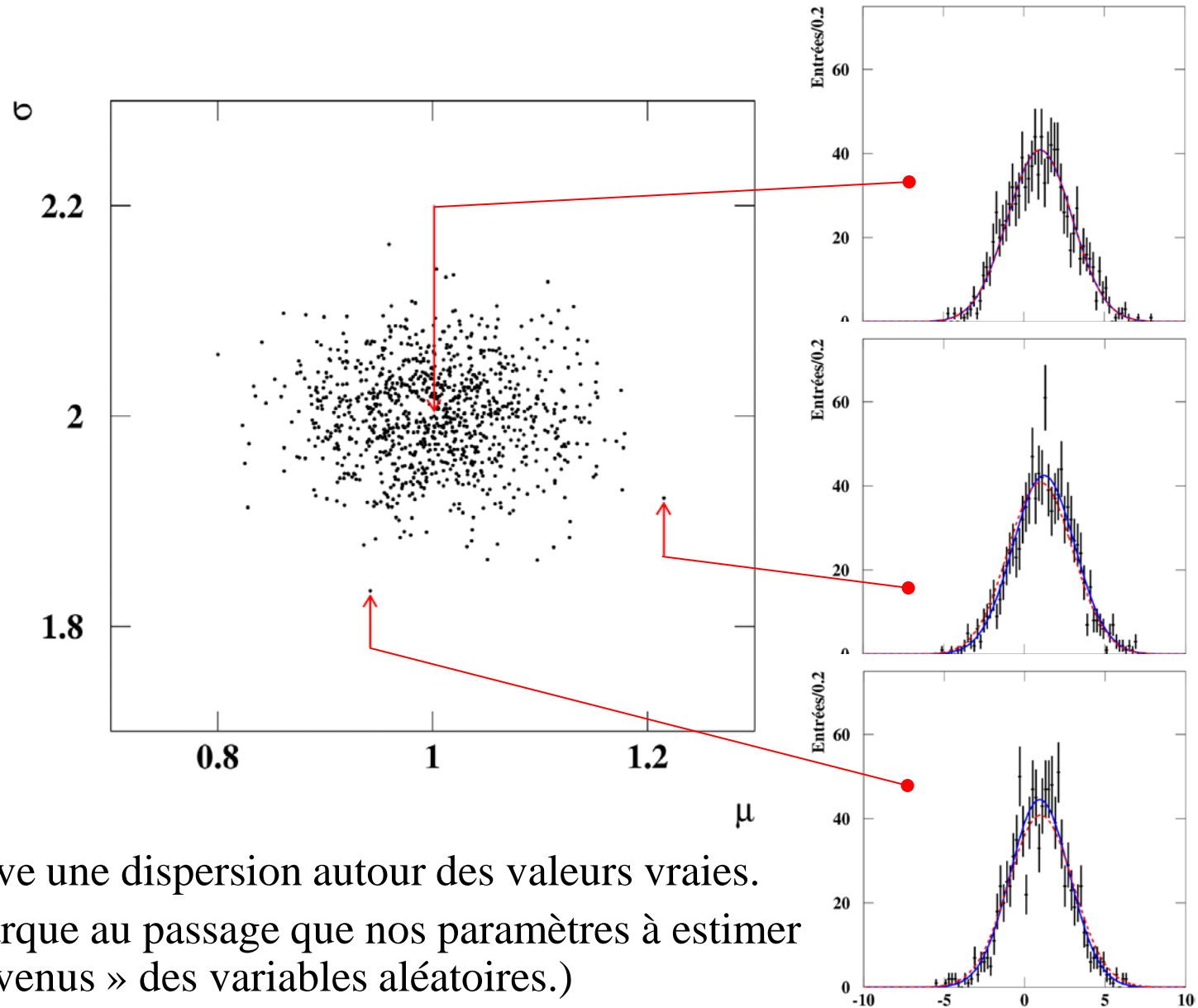
- On observe une dispersion autour des valeurs vraies.
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



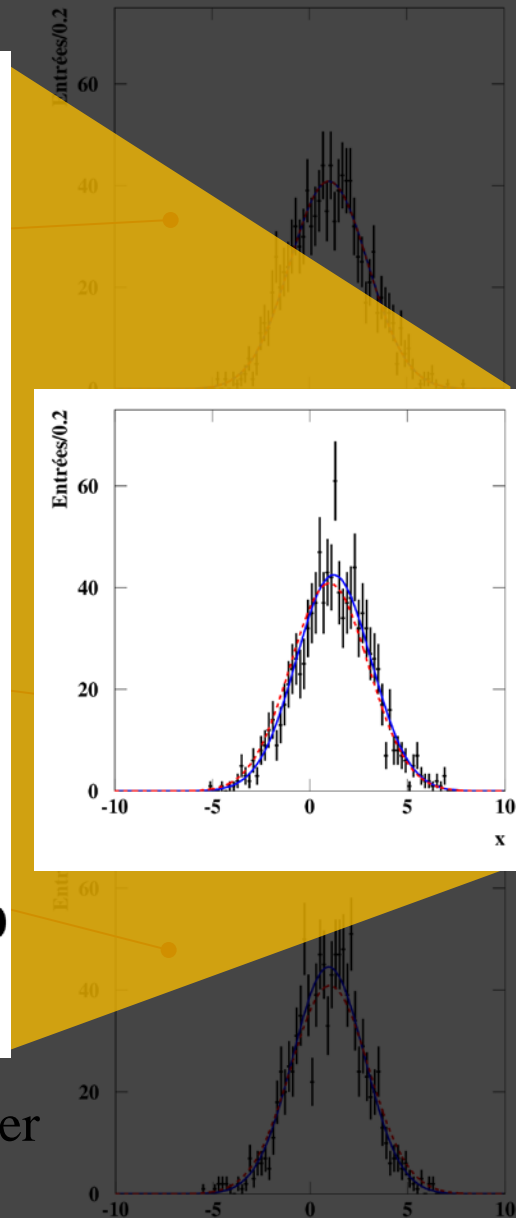
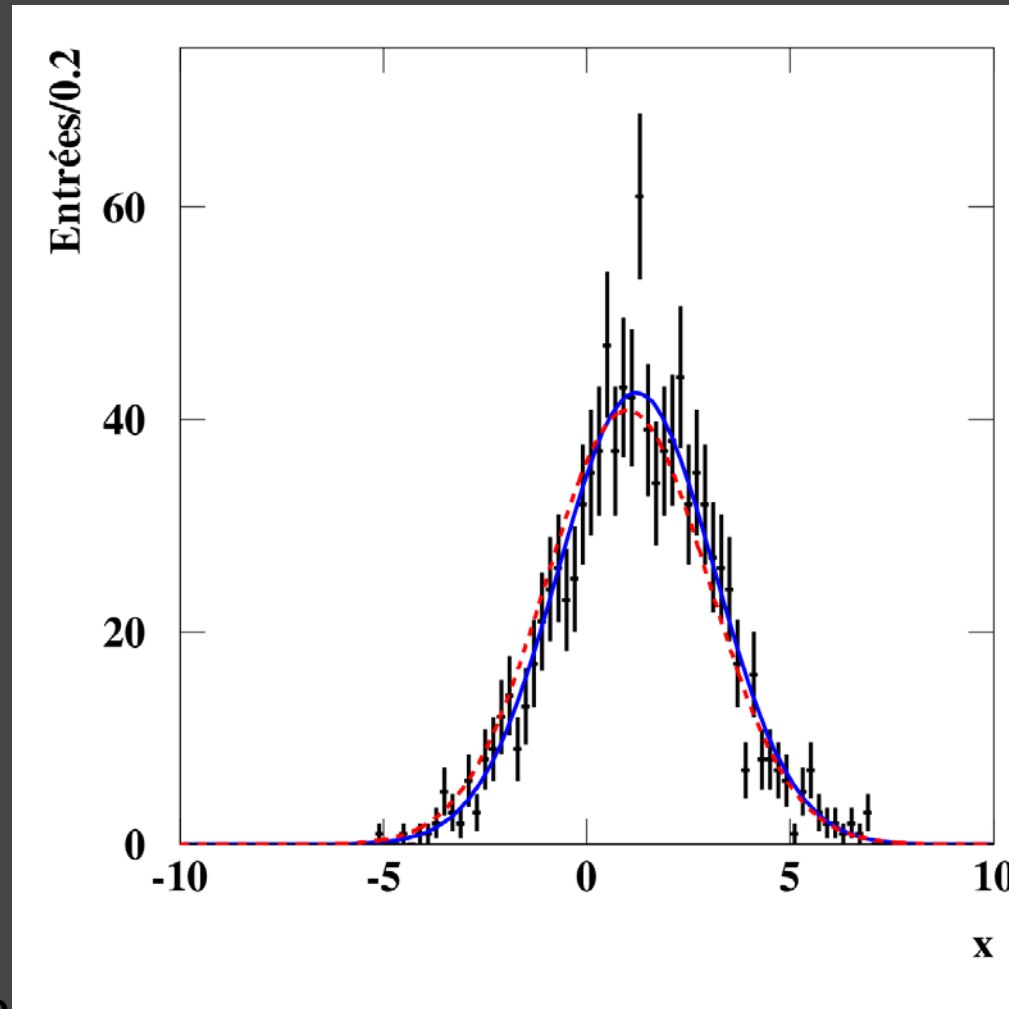
- On observe une dispersion autour des valeurs vraies.
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



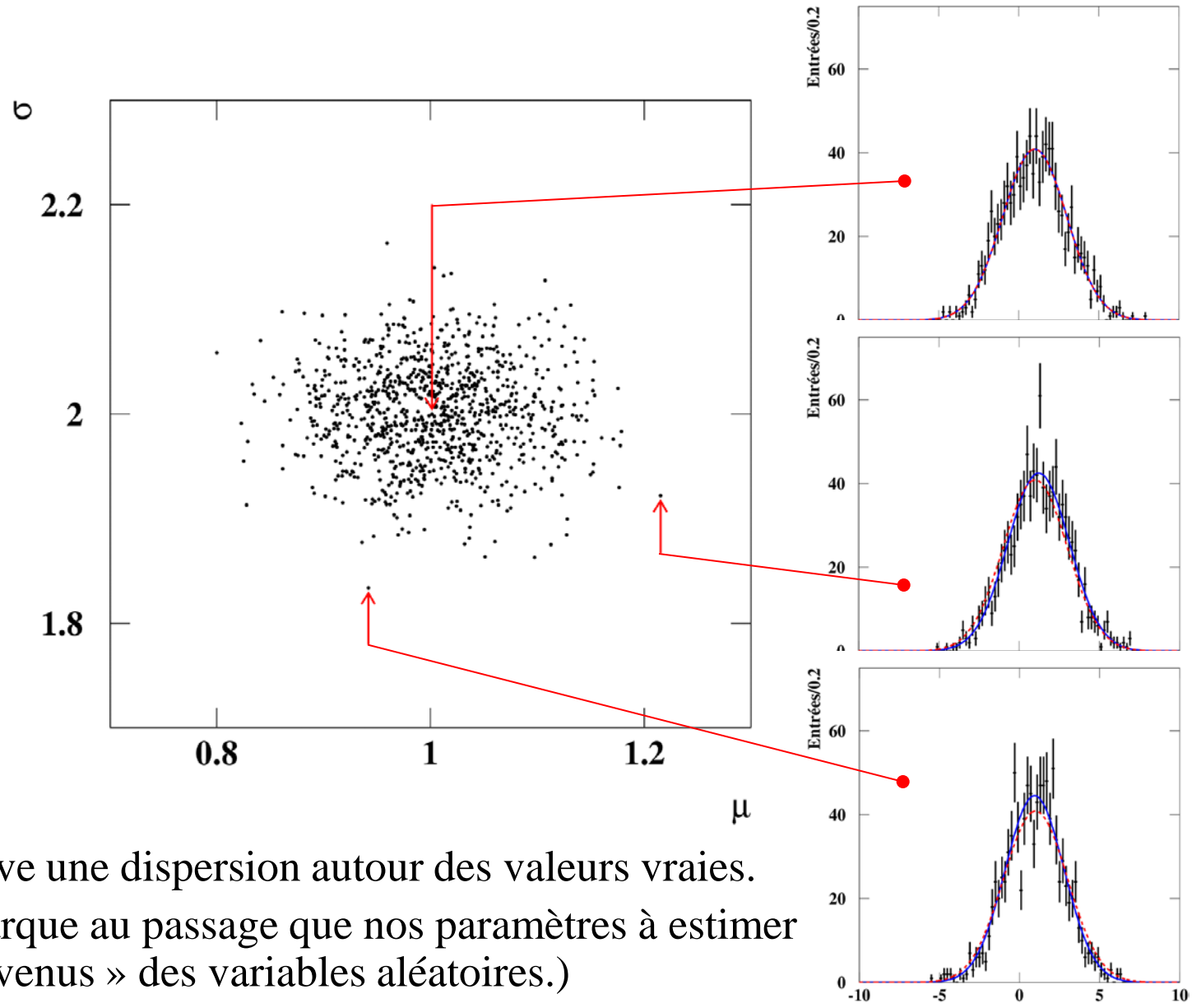
- On observe une dispersion autour des valeurs vraies.
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



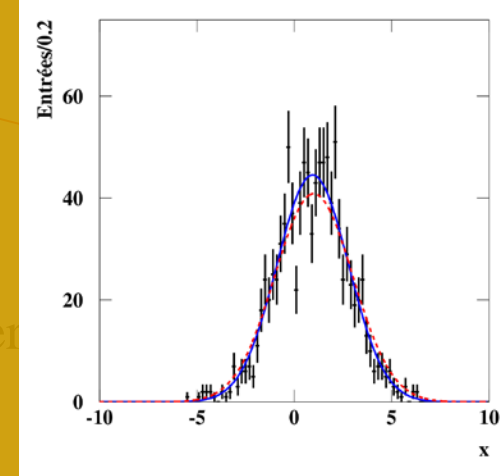
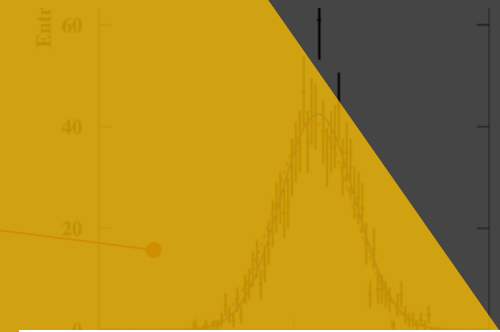
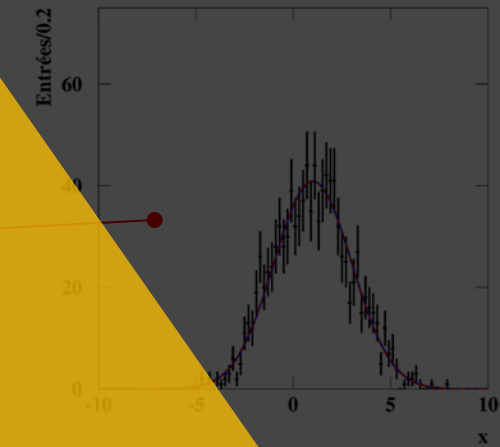
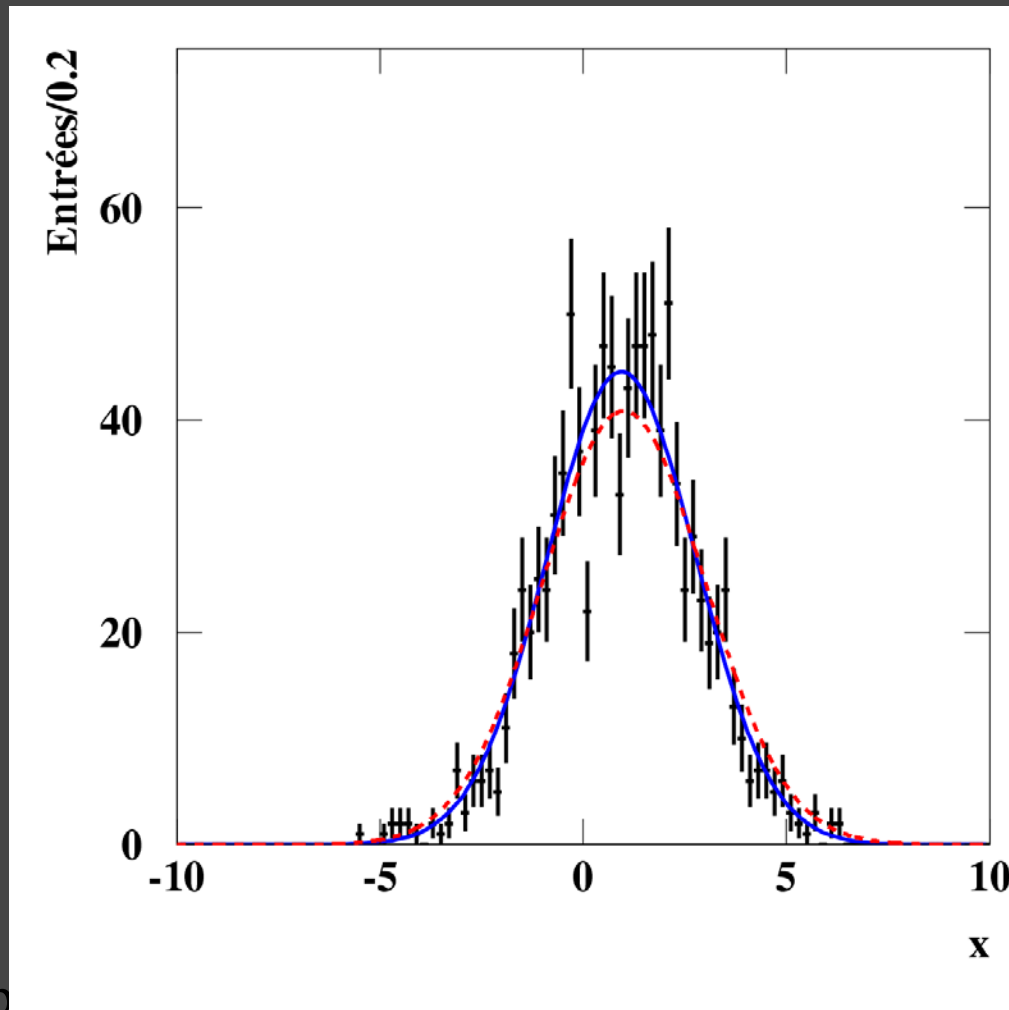
- On observe une dispersion autour des valeurs vraies.
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



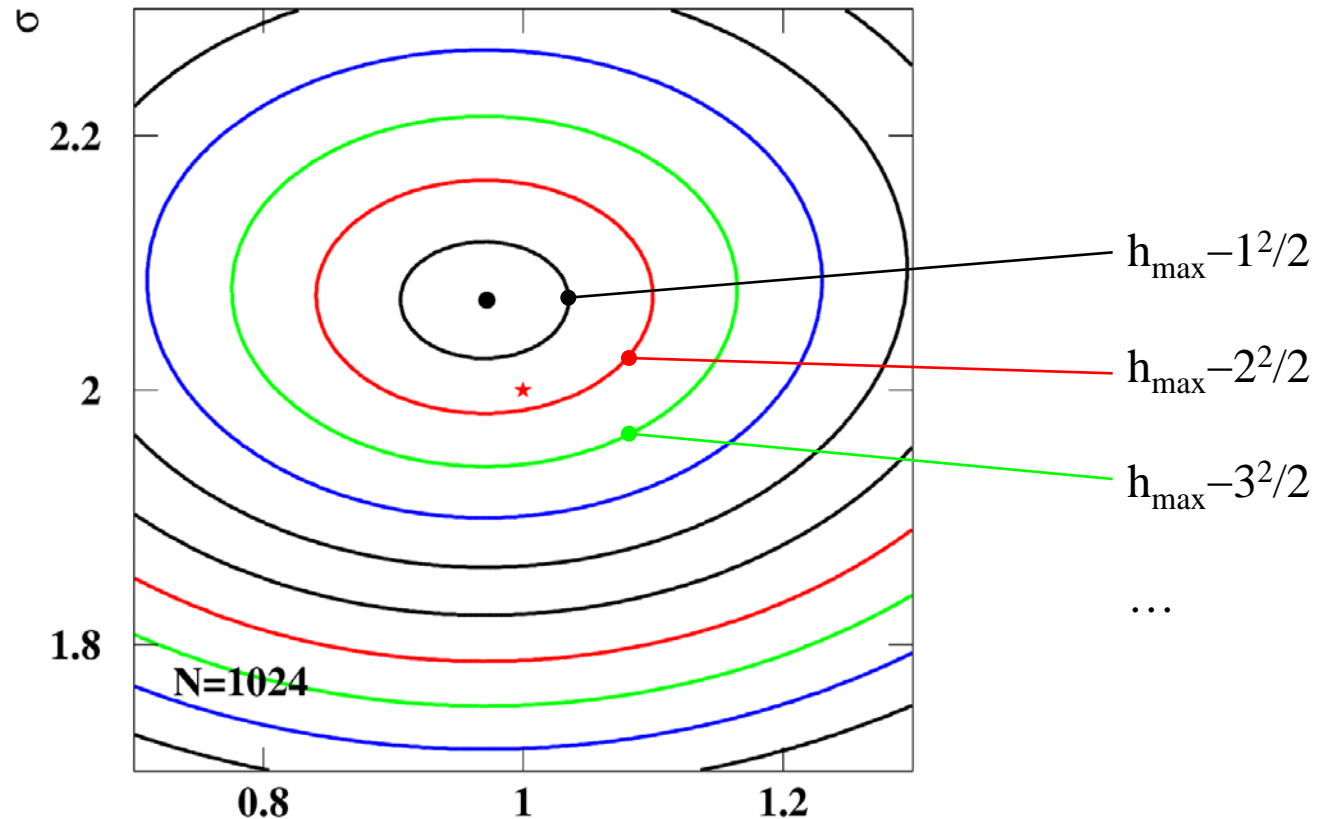
- On observe une dispersion autour des valeurs vraies.
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

Et répétant 1000 fois la même « expérience »...



- On observe...
- (On remarque au passage que nos paramètres à estimer sont « devenus » des variables aléatoires.)

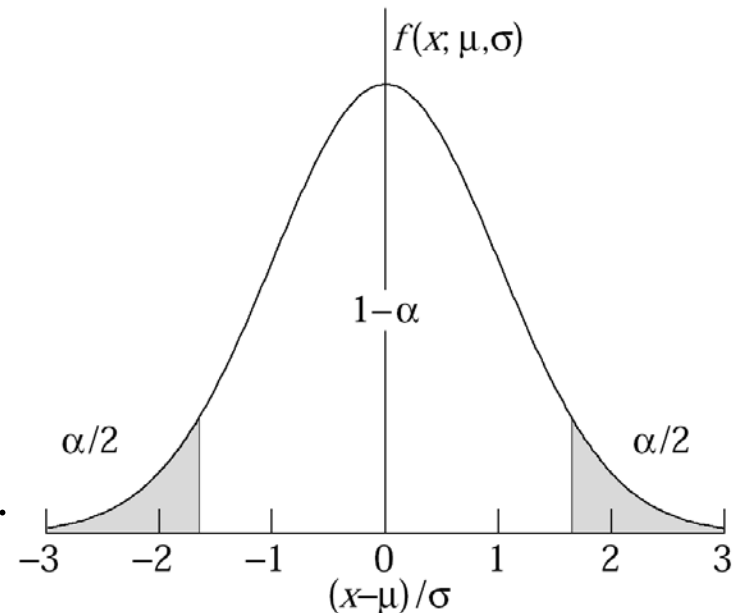
Dispersion & incertitudes statistiques



- Valeur « vraie », i.e. générée, se trouve à environ $(1.8)^2/2$ plus bas que le maximum.
- Et donc ?

Incertitude statistique

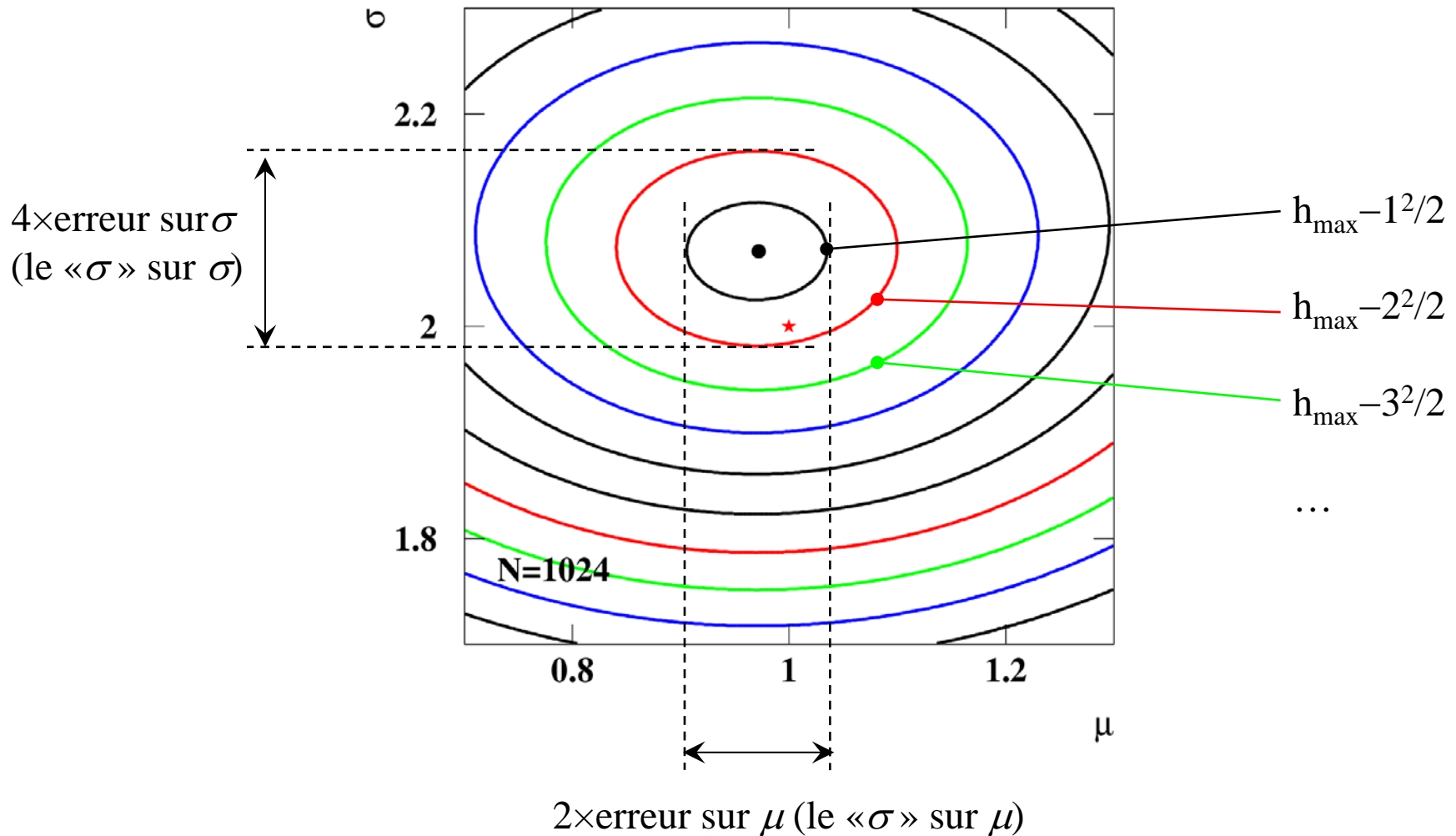
- Dans la limite des hautes statistiques ($N \rightarrow \infty$) on montre alors que les maxima se répartissent suivant une gaussienne
 - dont la moyenne correspond aux valeurs vraies
 - dont le(s) écart(s) type(s) peuvent être estimés par la largeur du $\log(\text{Vraisemblance})$ à $\max - s^2/2$.
- C'est dans cette interprétation gaussienne des incertitudes que l'on rapporte le résultat.
 - Et si l'on s'écarte de cette situation, on le décrit
- On donne:
 - La valeur centrale de l'ajustement
 - Le(s) sigma(s) de cette gaussienne
- Cela permet de définir la probabilité pour que tel ou tel intervalle contienne / ne contienne pas le résultat vrai.
 - (pour parler vite: guerre fréquentistes/Bayésiens)



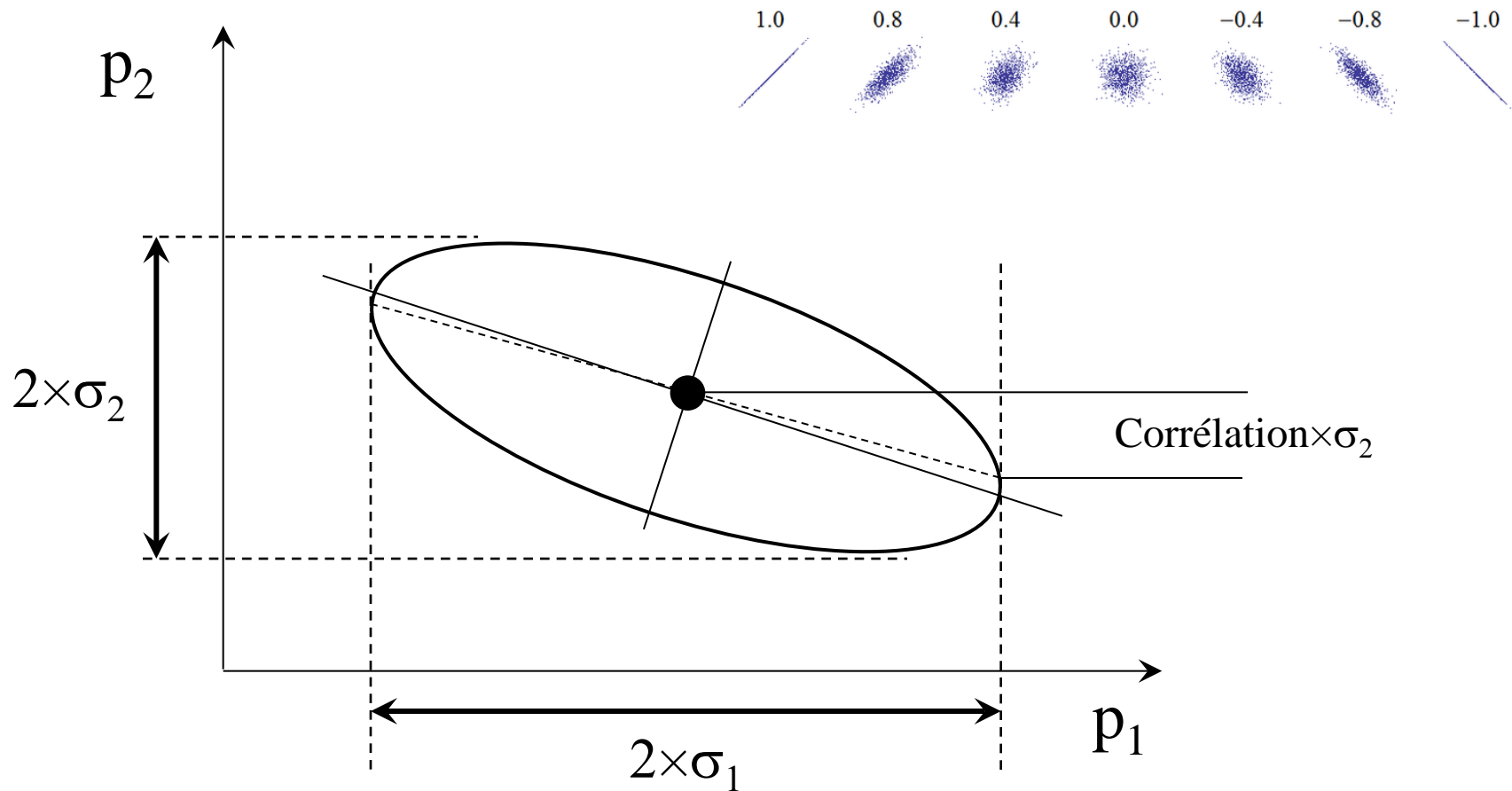
α (%)	δ	α (%)	δ
31.73	1σ	20	1.28σ
4.55	2σ	10	1.64σ
0.27	3σ	5	1.96σ
6.3×10^{-3}	4σ	1	2.58σ
5.7×10^{-5}	5σ	0.1	3.29σ
2.0×10^{-7}	6σ	0.01	3.89σ

(probabilités pour fit 1 paramètre)

On peut donc situer notre résultat en terme de nombre de « sigma »s



De façon plus générale: corrélation entre paramètres

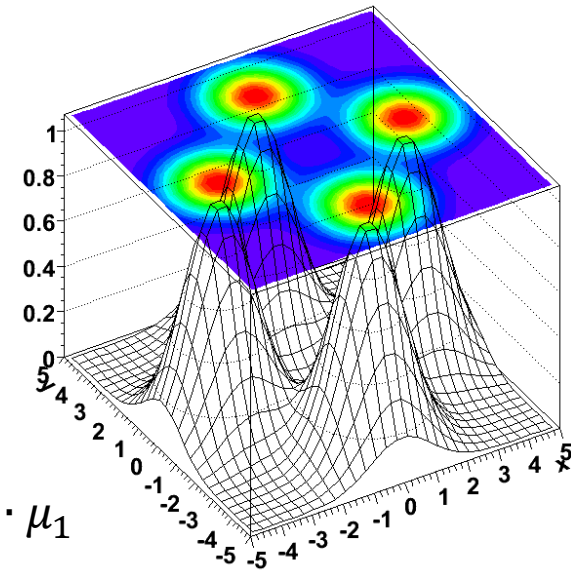


Corrélation

- Caractérise (vise à caractériser) le degré d'indépendance entre deux variables aléatoires
- Définie par

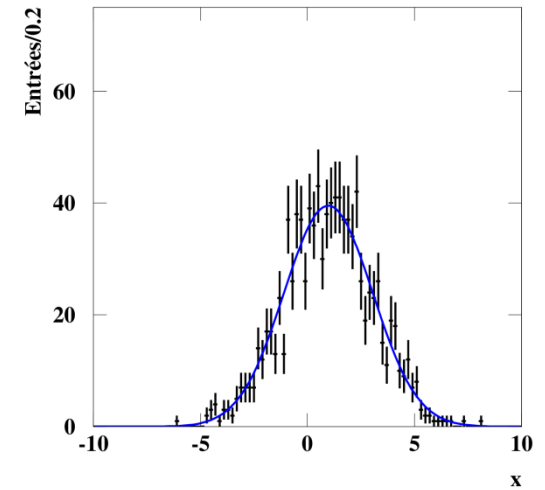
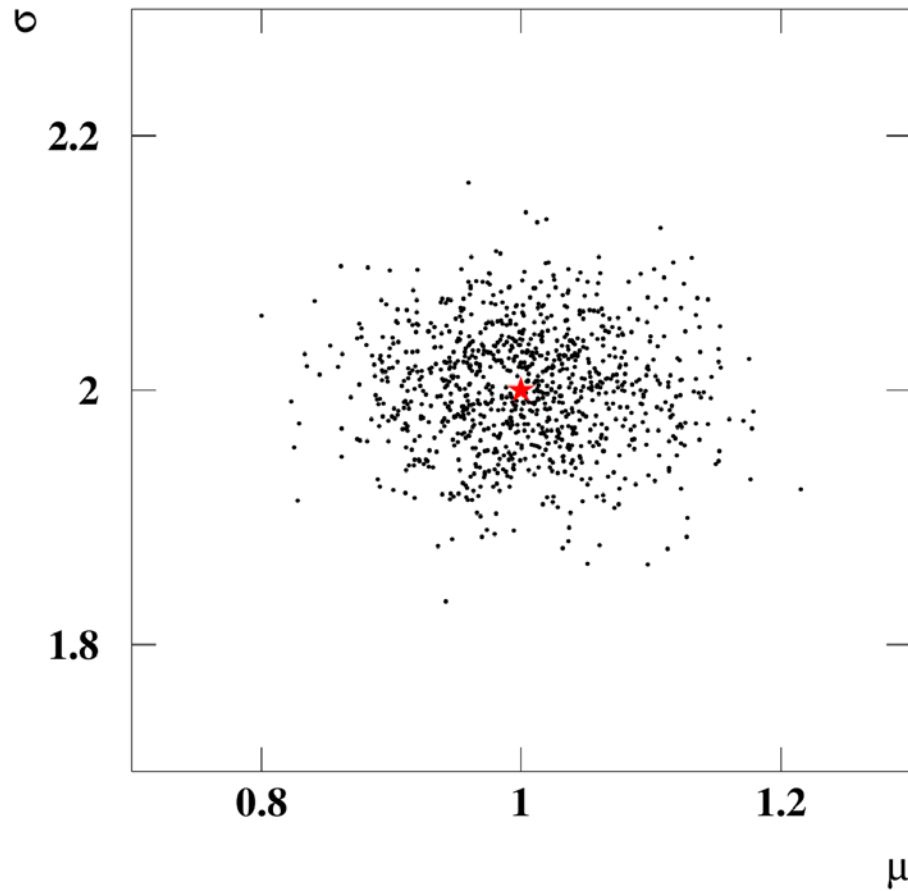
$$\rho = \frac{\langle (x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2) \rangle}{\sqrt{\langle (x_1 - \mu_1)^2 \rangle \langle (x_2 - \mu_2)^2 \rangle}}$$

- On a:
 - Deux variables indépendantes ont $\rho = 0$
 - Mais le contraire n'est pas vrai
 - Deux variables complètement corrélées ont $\rho = 1$ ($\rho = -1$ anti-corrélées)
 - (anti)corrélées veut dire: $x_2 = k \cdot x_1$ et donc $\mu_2 = k \cdot \mu_1$
 - dans ce cas $\rho = \frac{\langle (x_1 - \mu_1)(k \cdot x_1 - k \cdot \mu_1) \rangle}{\sqrt{\langle (x_1 - \mu_1)^2 \rangle \langle (k \cdot x_1 - k \cdot \mu_1)^2 \rangle}} = \frac{k \langle (x_1 - \mu_1)^2 \rangle}{|k| \langle (x_1 - \mu_1)^2 \rangle} = \text{sign}(k)$

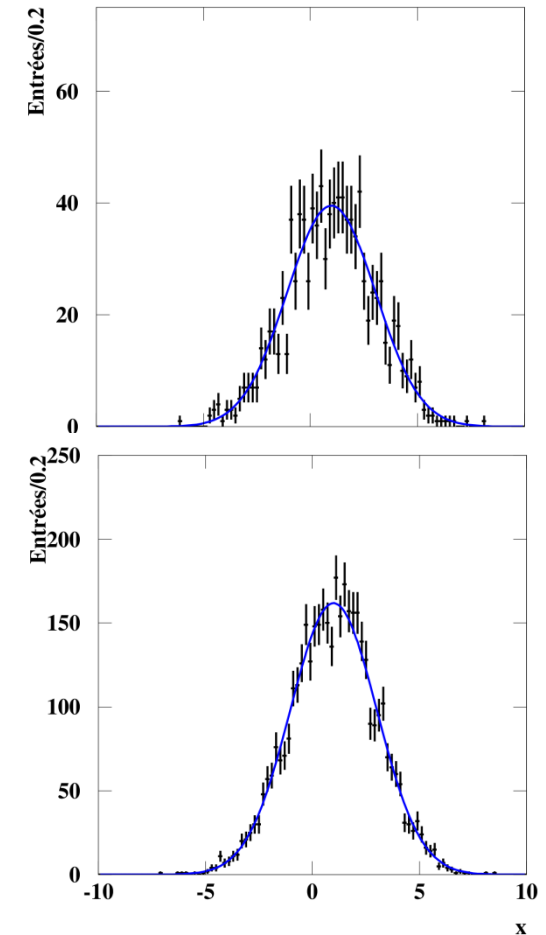
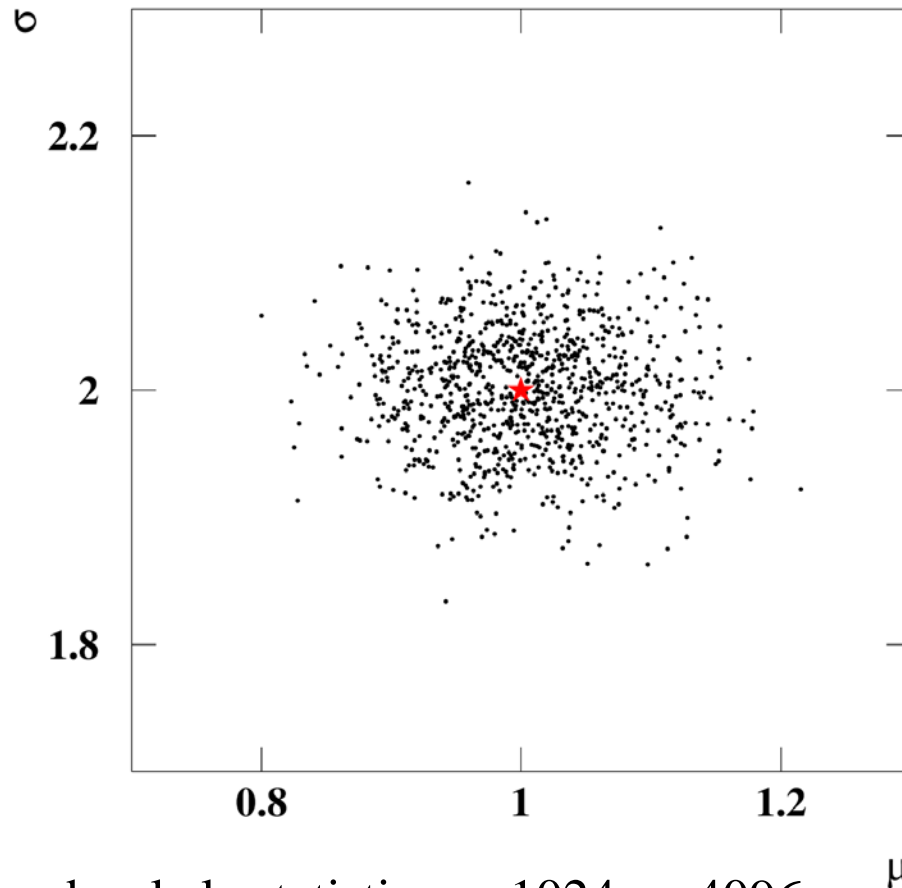


Courtesy Luca Lista

Incertitudes statistiques et... statistique



Incertitudes statistiques et... statistique



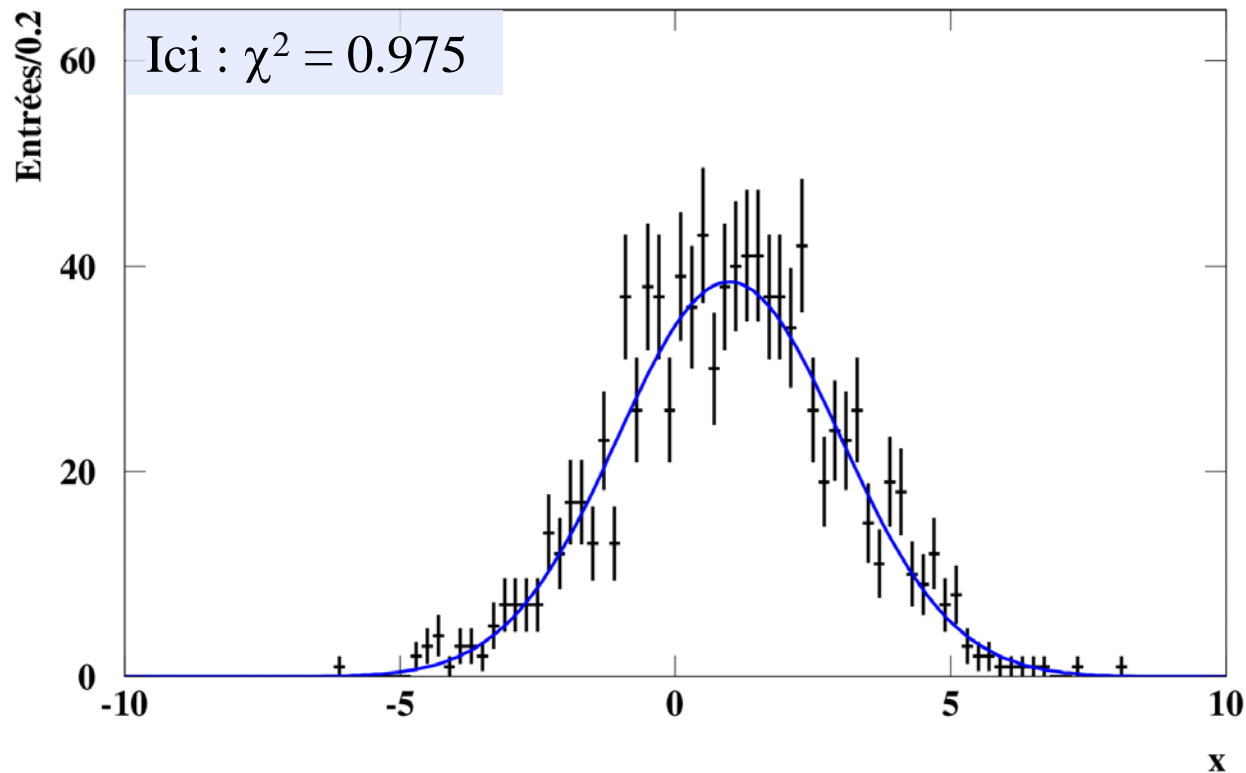
- On quadruple la statistique : $1024 \rightarrow 4096$
- On est plus « resserré » autour de la valeur vraie.
- En fait on est « 2 fois plus resserré »
- En général les incertitudes statistiques évoluent comme $1/\sqrt{N}$.

$$1/\sqrt{N} \dots$$

- C'est un drame cette loi...
- Première année : N , $\sigma = X/\sqrt{N}$
- Deuxième année : N , $\sigma = X/\sqrt{2N}$; gain $\sqrt{N}/\sqrt{2N} = 1/\sqrt{2} \sim 40\%$
- Troisième année : N , $\sigma = X/\sqrt{3N}$; gain $\sqrt{2N}/\sqrt{3N} = \sim 20\%$
- Quatrième année : N , $\sigma = X/\sqrt{4N}$; gain $\sqrt{3N}/\sqrt{4N} = \sim 15\%$

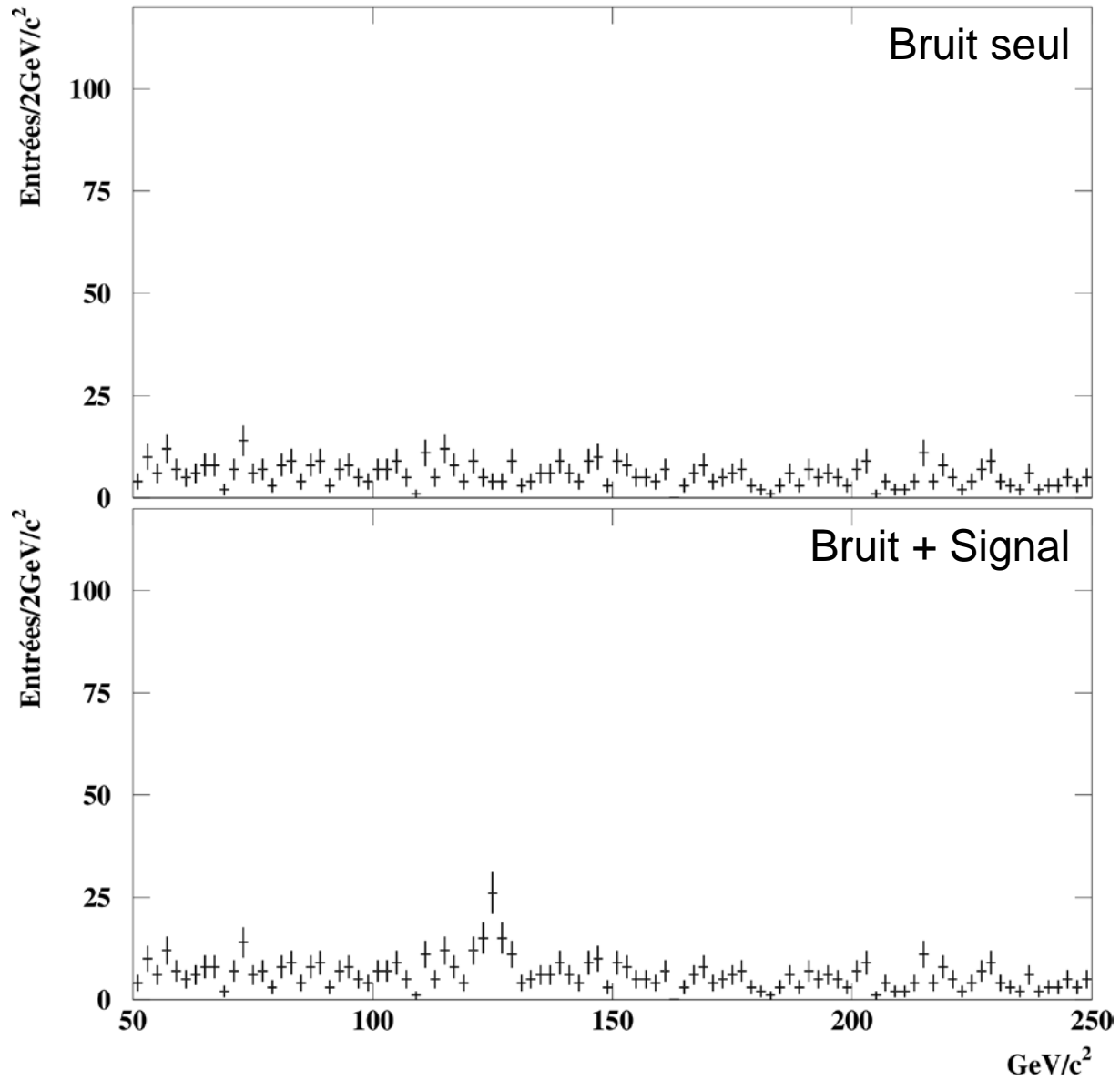
Une autre méthode: le minimum de χ^2

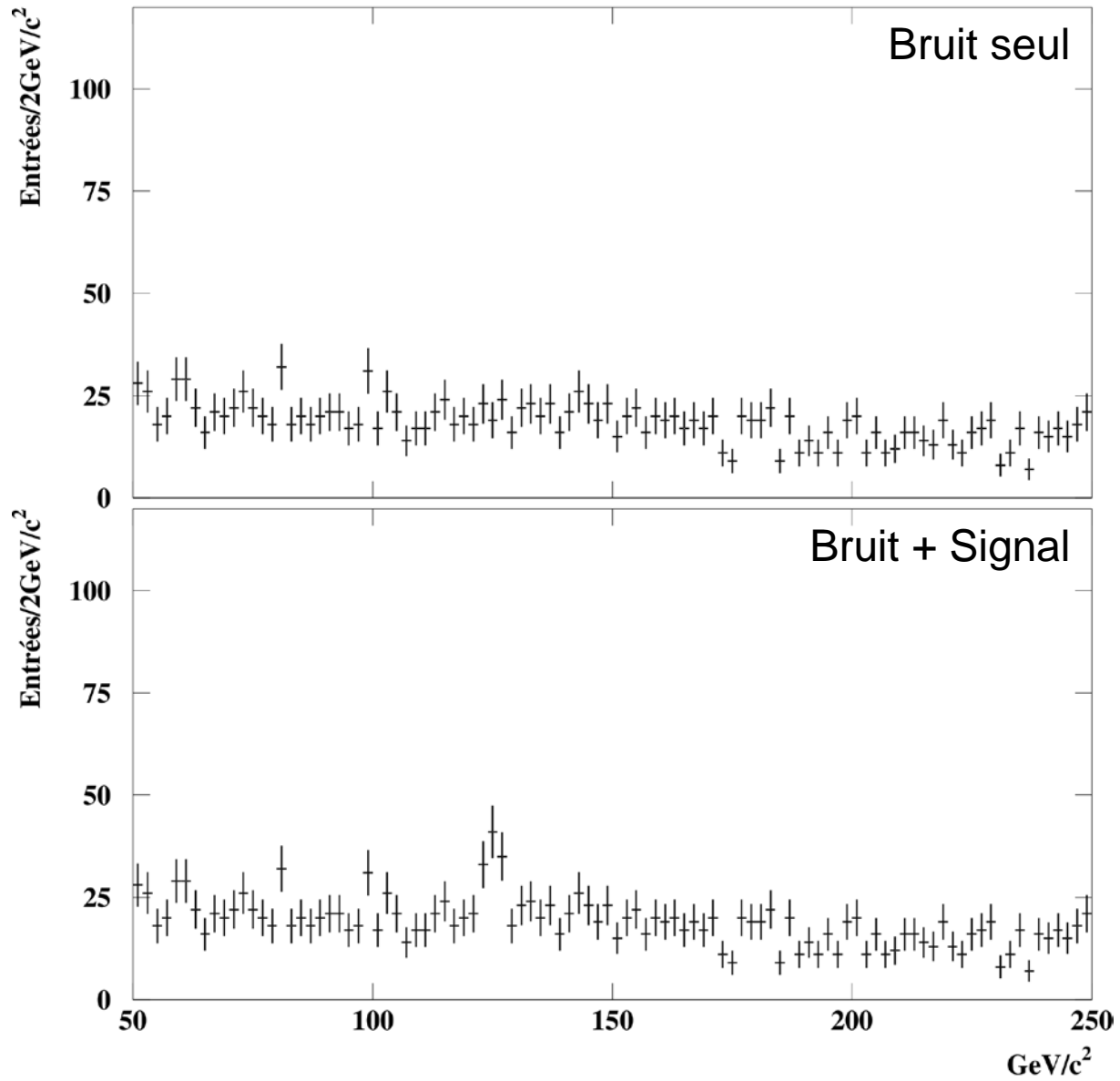
$$\chi^2(\text{parametres}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \text{modele}(x_i; \text{parametres})}{\sigma_i} \right)^2$$

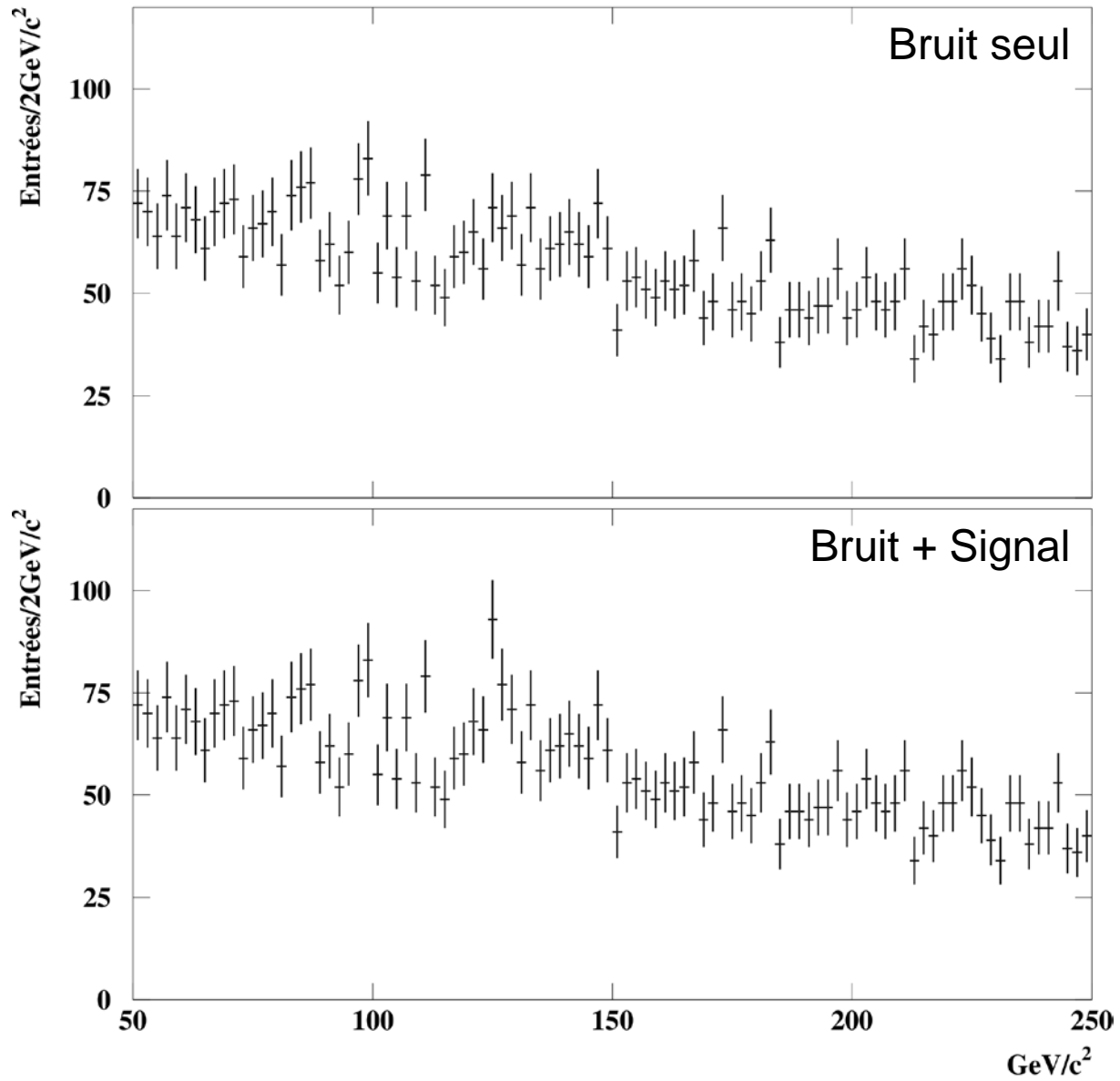


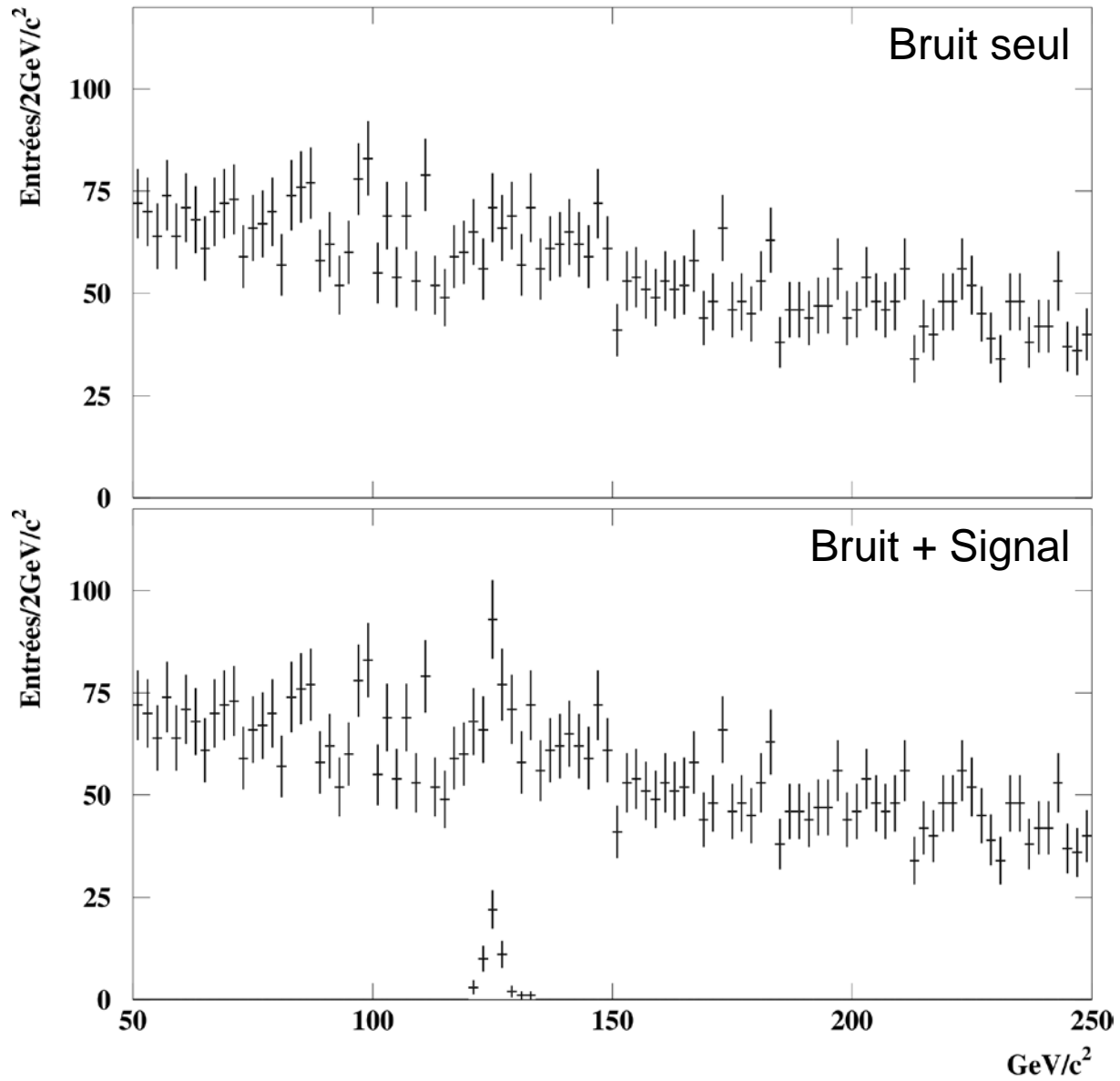
Recherche de signal

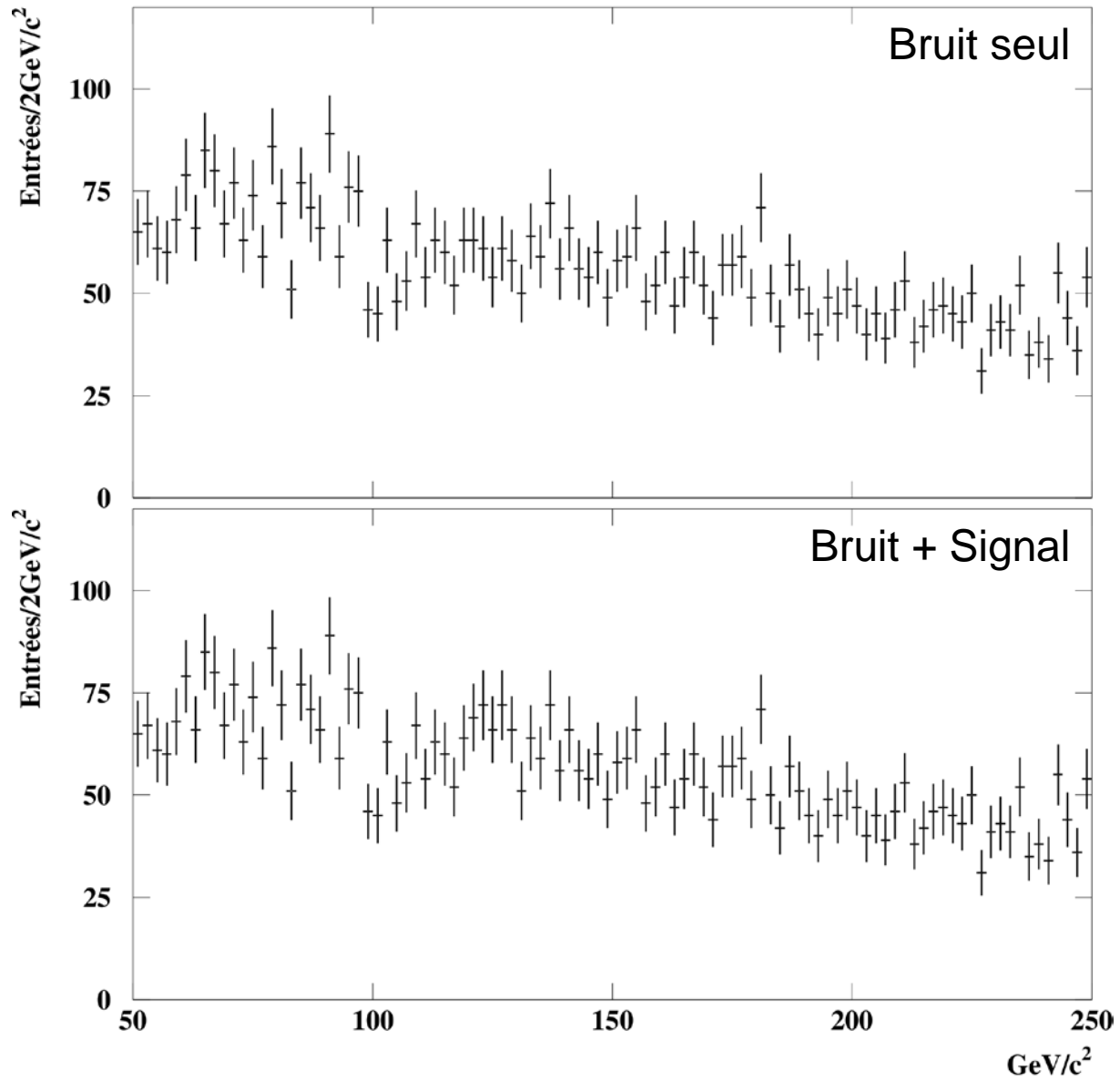
- Situation où l'on cherche à mettre en évidence l'existence d'une nouvelle particule
 - Higgs
- Typiquement, après sélection, on cherche un « pic » de masse
 - Sur un bruit de fond plus ou moins important

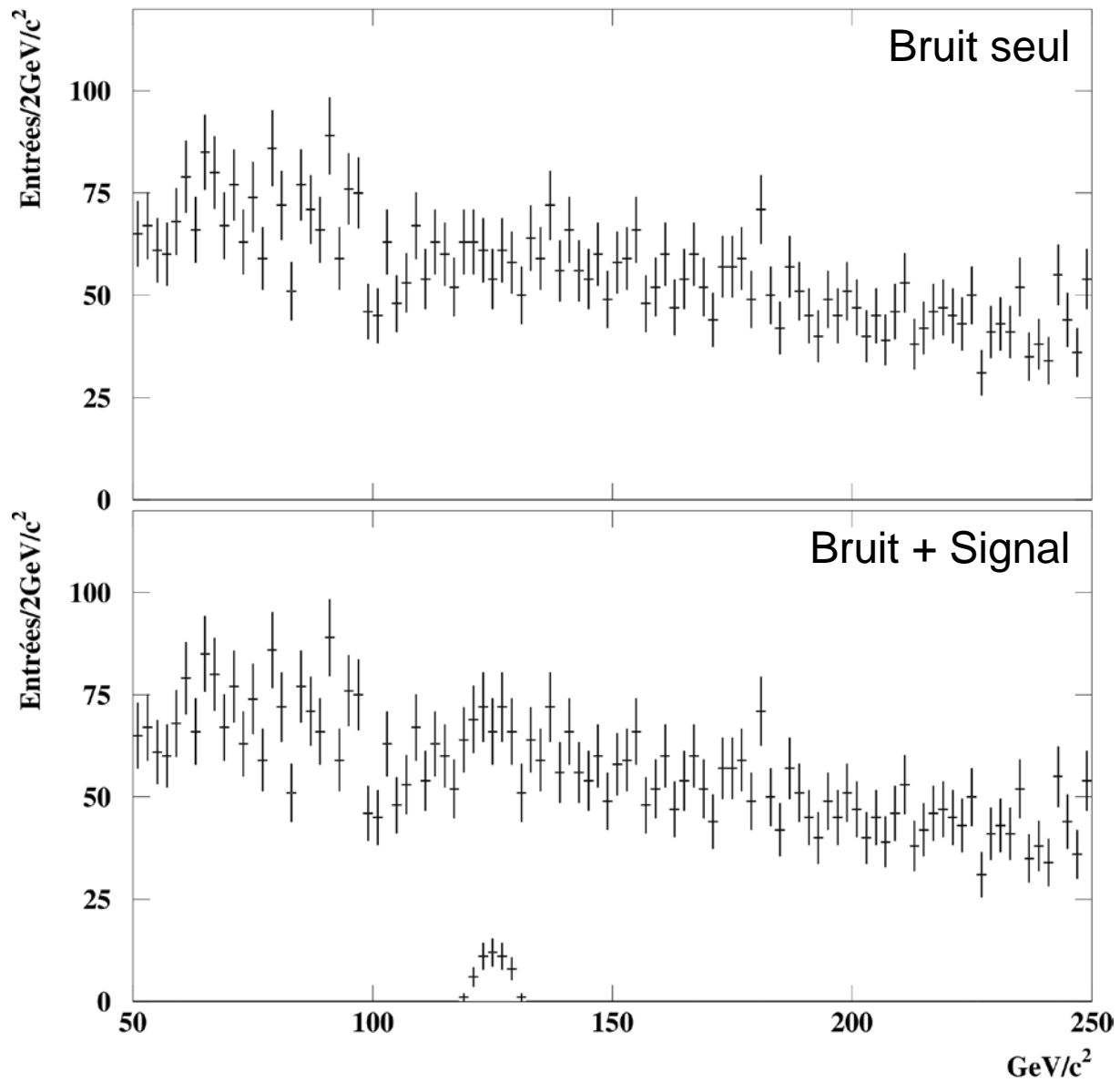


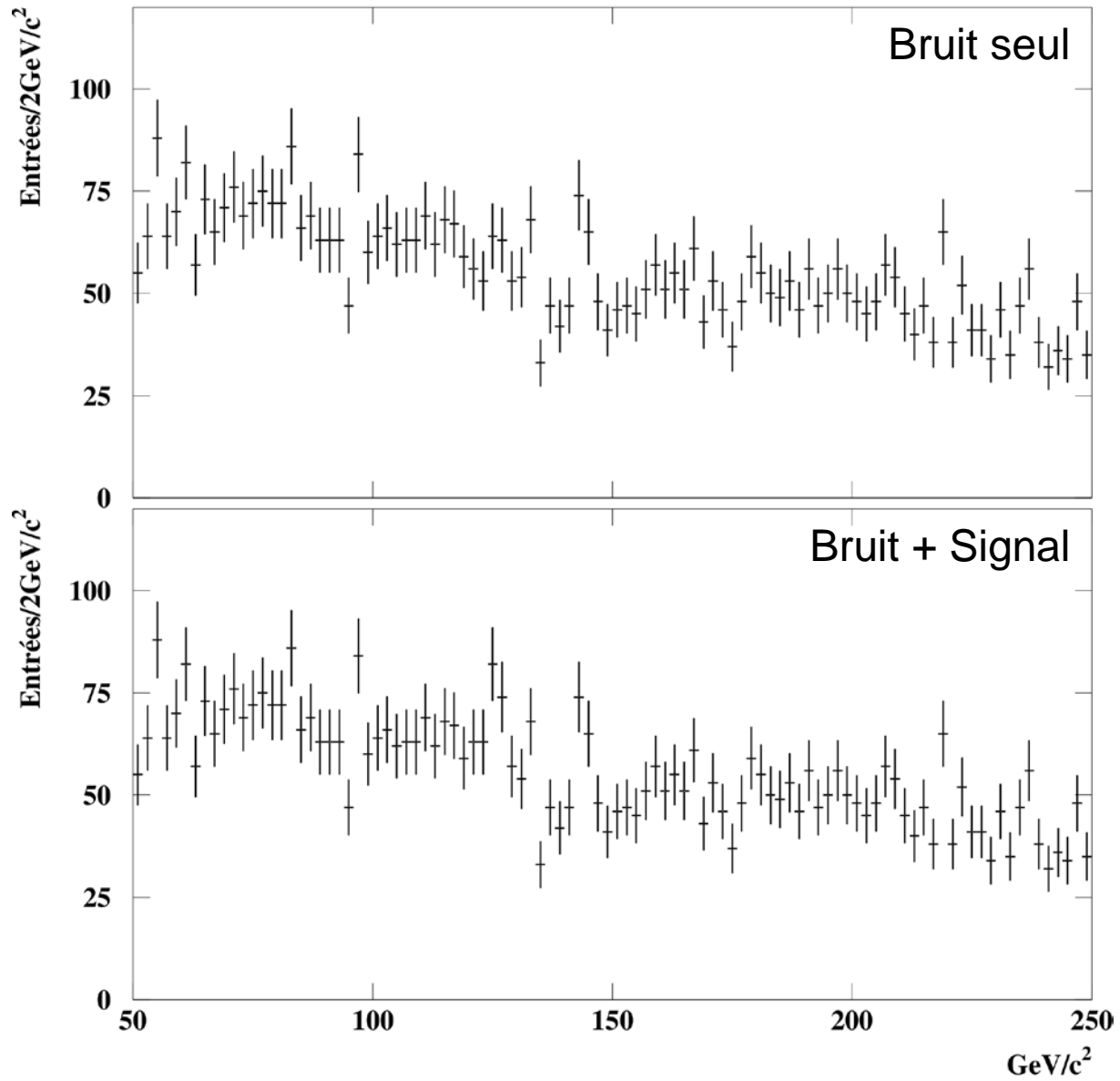


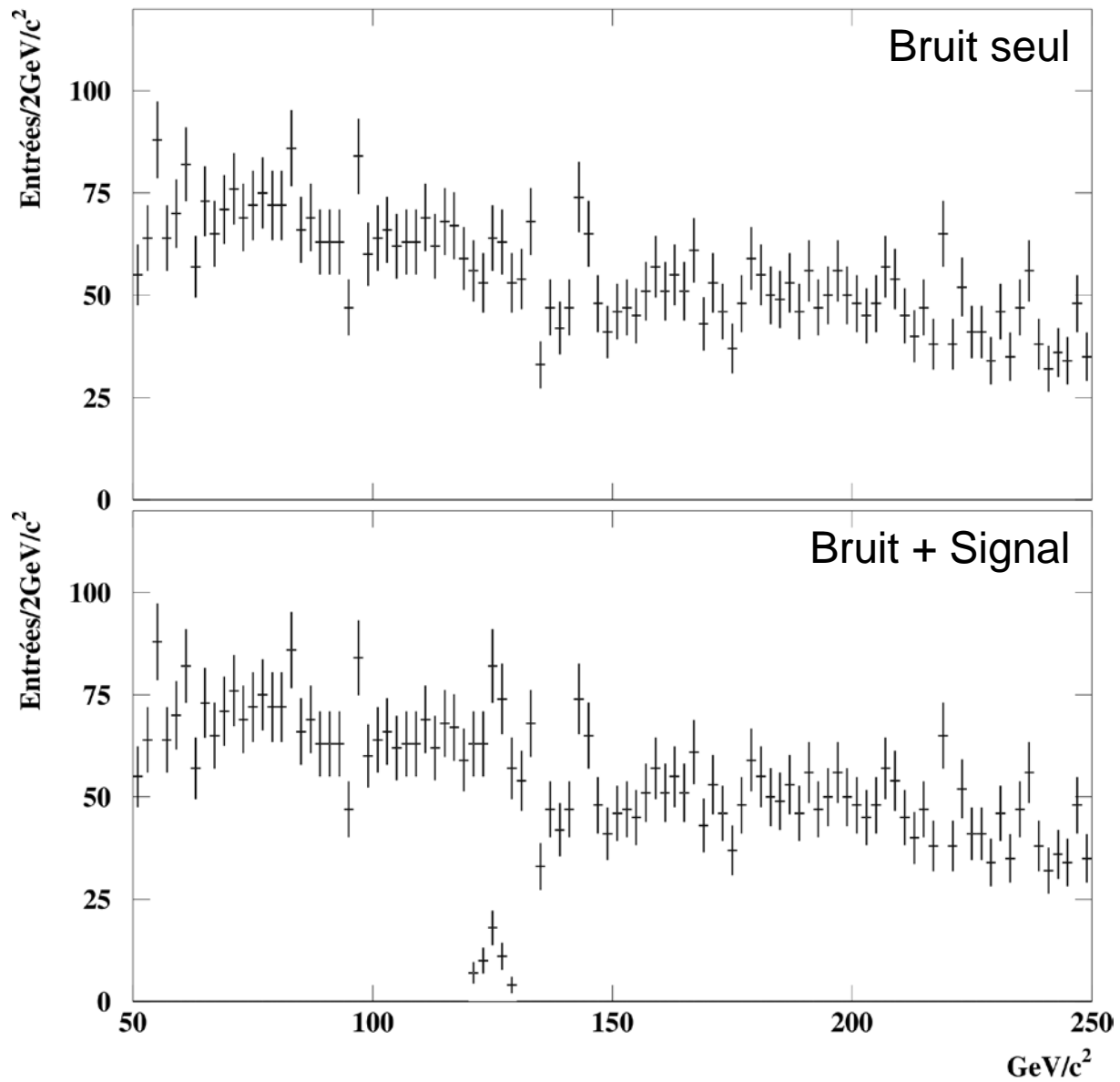


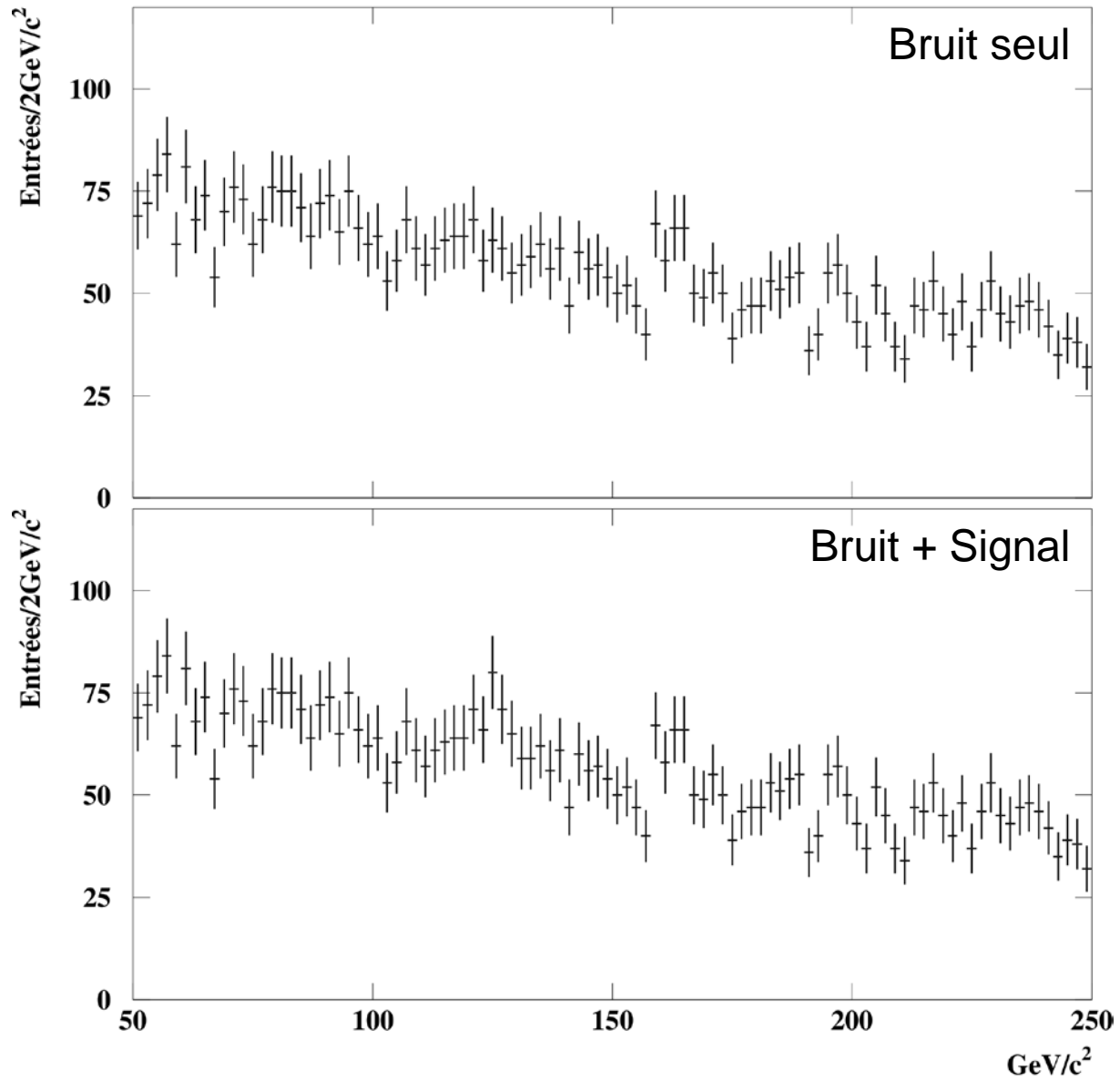


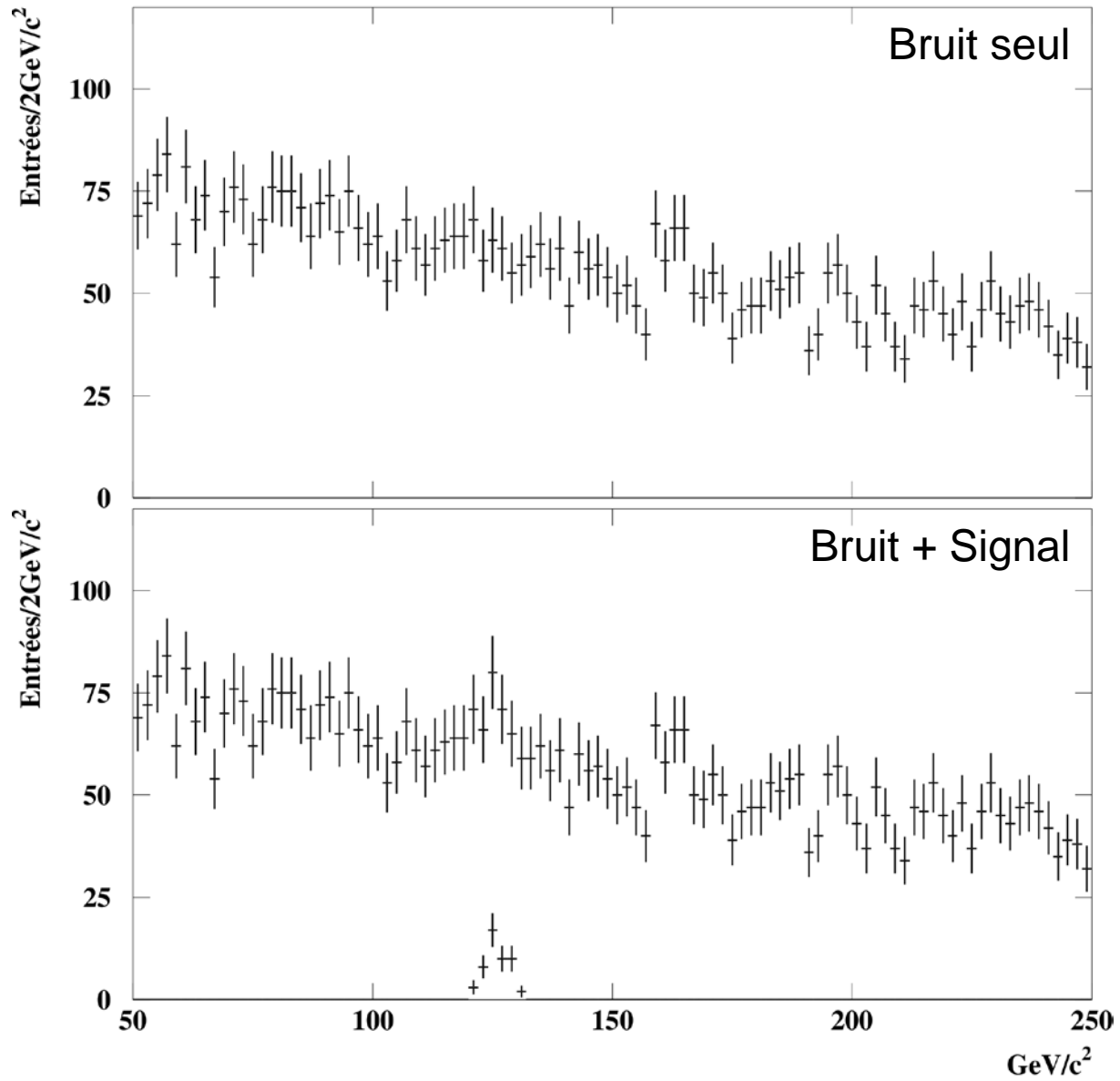






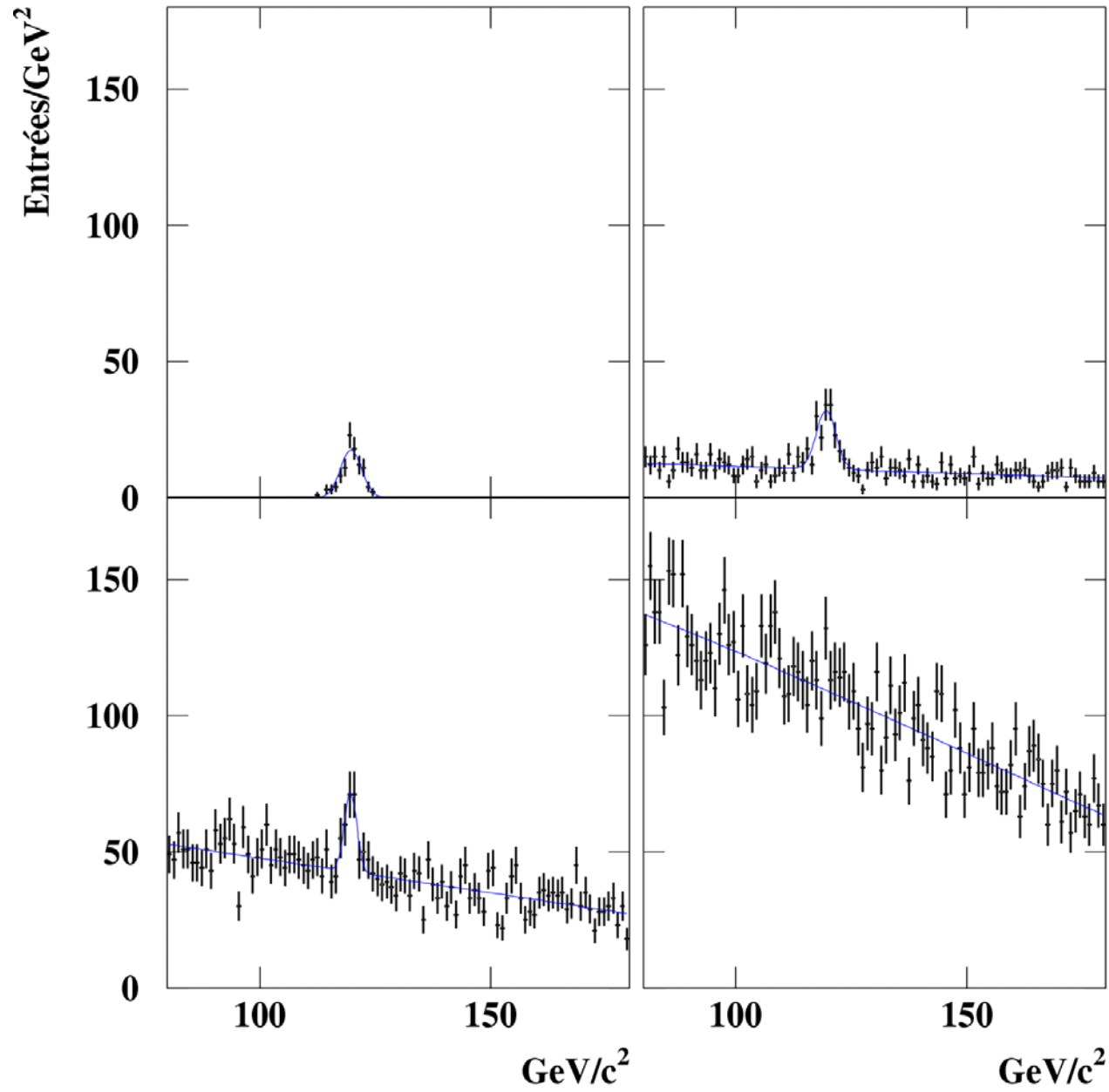






Recherche de signal

- Situation où l'on cherche à mettre en évidence l'existence d'une nouvelle particule
 - Higgs
- Typiquement, après sélection, on cherche un « pic » de masse
 - Sur un bruit de fond plus ou moins important
- Lorsque l'on publie le résultat, on va notamment donner une « P-value »:
 - Probabilité qu'une fluctuation du bruit de fond soit la cause du signal observé
 - En général (souvent) on fait le calcul de la façon suivante:
 - Ajustement avec signal + bruit \rightarrow valeur de (log de) vraisemblance $\log(L_{S+B})$
 - Ajustement avec bruit seul \rightarrow valeur de (log de) vraisemblance $\log(L_B)$
 - Et la différence de valeurs des logs de vraisemblance permet d'extraire cette probabilité.
 - (en espérant que $\log(L_{S+B}) > \log(L_B)$!)
 - On peut ensuite, comme souvent, transformer cette probabilité en terme de « nombre de sigma » « équivalent gaussienne ».
 - On peut l'avoir directement aussi: si $\log(L_B) + 5^2/2 = \log(L_{S+B})$ on a une découverte à 5 sigmas !



Comment on maximise/minimise ?

- En pratique on utilise (très souvent) le programme MINUIT
 - Du bon vieux FORTRAN !
 - <http://wwasdoc.web.cern.ch/wwasdoc/minuit/minmain.html>
 - Mais aussi son successeur, minuit2, dans Root uniquement.
- MINUIT est un programme de minimisation qui travaille dans un nombre arbitraire (N) de dimensions:
 - C'est-à-dire que MINUIT va faire varier les N paramètres pour trouver le minimum de la fonction
 - On minimise les χ^2
 - On maximise le $\log(\text{vraisemblance})$ en minimisant $-1/2\log(\text{vraisemblance})\dots$
- Et MINUIT sait déterminer les « iso-courbes »
 - Ce qui permet de déterminer les incertitudes
- Beaucoup d'expérience mise dans ce programme...

Quelques références

- Geant4:
 - WEB:
 - <http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/geant4/geant4.html>
 - Documentation
 - Nombreux liens vers exposés et publication sur sujets précis (rubrique « Results & Publications »)
 - Publications generales:
 - Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 506 (2003) 250-303, and IEEE Transactions on Nuclear Science 53 No. 1 (2006) 270-278.
- Statistiques:
 - Nombreux ouvrages, mon préféré (fait par physicien des particules):
 - Glen Cowan, “ Statistical Data Analysis ”, Oxford University Press
 - Voir aussi page WEB de l’auteur:
 - <http://www.pp.rhul.ac.uk/~cowan/sda/>
 - Chapitre PDG sur les stats