G.Bienvenu
bienvenu@lal.in2p3.fr

Laboratoire de l'Accélerateur Linéaire
IN2P3-CNRS & Université Paris Sud
UMR 8607

MESURES SUR DES ENSEMBLES HAUTE FREQUENCE

Pour structures accélératrices

Ecole IN2P3 des Accélérateurs
Centre de l'Agelonde
La Londe les Maures Nov. 2007

MESURER

Mesurer une grandeur physique, c'est la comparer directement ou indirectement à un étalon.

$$X = k \times \Omega$$

Valeur mesurée = scalaire x unité

Mesurer nécessite la mise en oeuvre d'un protocole de mesure

MESURER

Mesurer une grandeur physique, c’est donner l intervale qui contient la valeur numérique de la grandeur

$$X^{-} < X < X^{+}$$

Mesurer nécessite la mise en oeuvre d’un calcul d’erreurs

PROTOCOLE

- i) Décrit la méthode de mesure
- ii) Liste les instruments de mesure
- iii) Liste les corrections

a) Corrections d’étalonnage : Facteur d’échelle, table d’étalonnage, corrections d’utilisation
b) Corrections d’ambiance
c) Correction des grandeurs d’influence

Budget des incertitudes :

a) Estimation (au sens statistique) de la dispertion des résultats
b) Appréciation (suggestive) des incertitudes
c) Calcul de l’incertitude composée

Calcul classique des erreurs

La valeur <vraie> de l’erreur n’est pas accesible, mais il est possible d’evaluer sa limite supérieure

$$X' - \Delta X < X < X' + \Delta X$$

Avec par exemple :

$$\Delta X = \sum \partial X_i$$

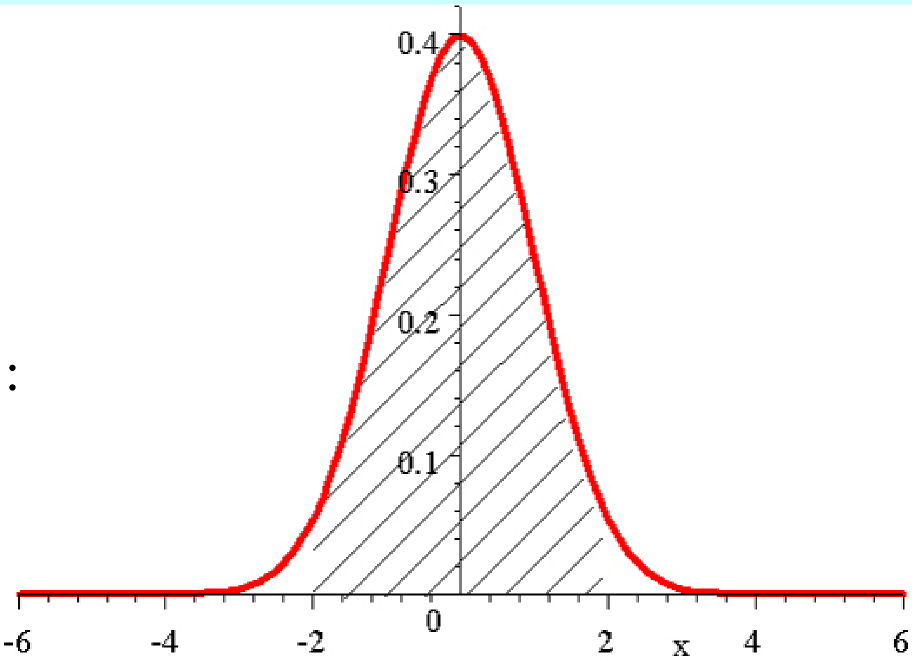
Et par abus de notation :

$$X = X' \pm \Delta X$$

Calcul statistique

Incertitude statistique : On fait l'hypothèse qu'un grand nombre de mesures (n>30) x_i de la grandeur X (effectuées dans les mèmes conditions) se répartissent suivant une

loi normale ou loi de Gauss



Valeur centrale : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i$

Etalement de la courbe (variance) :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n+1}\sum_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

Interval d’incertitude

On choisit arbitrairement la probabilité p pour qu’une mesure x_i ne soit pas éloignée de plus de $k\sigma$ de la valeur centrale.

Généralement, on prend p = 0,05 $\Rightarrow$ k = 2

Autrement dit la valeur est “vraie” à 95%

Plus strictement enoncé : sur un grand nombre de mesures 95% de celles-ci seront comprises dans l’intervalle : $x - 2\sigma_x < X < x + 2\sigma_x$

Attention : Les pays Anglo-Saxon définissent parfois un intervalle à 1σ

Composition des incertitudes

Grandeurs X et Y independantes	Calcul classique	Calcul statistique
$Z = X \pm Y$	$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$	$\Delta Z = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$
$Z = kX$	$\Delta Z = k\Delta X$	$\Delta Z = k\Delta X$
$Z = X \times Y$ $Z = X / Y$	$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$	$\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$
$Z = X^n$	$n\frac{\Delta X}{X}$	$n\frac{\Delta X}{X}$
$f(X,Y)$	$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\Delta X + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\Delta Y$	$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X}\Delta X\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\Delta Y\right)^2}$
n mesures		$\Delta X = \frac{k\sigma_x}{\sqrt{n}}$

MESURES

- Fréquence
- Facteur de qualité
- R.O.S
- Atténuation
- Puissance
- Champ et phase

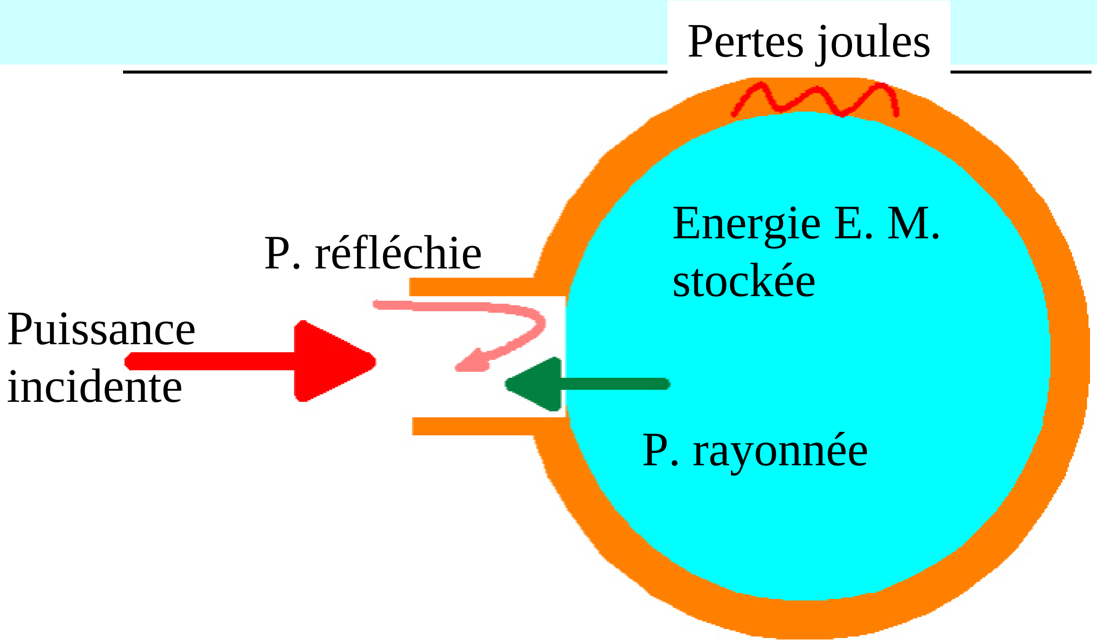
MESURES

Une mesure est toujours intrusive.

La valeur numérique de la grandeur mesurée est celle du dispositif sous test perturbé par le dispositif de mesure

Dipôle

Un élément HF du point de vue électrique et donc des mesures, peut etre traité comme un dipôle s'il comporte un port d'acces (configuration minimum) ou un 2x N pôles si le nombre de port est N.



Paramétres S

On considére un signal HF traversant un dispostif passif.
Le vecteur d'entrée au plan 1 est : (r1, e1) r et e étant respectivement les amplitudes complexes des ondes réfléchies et incidentes. Au plan 2 (r2,e2). En utilisant le formalisme matriciel, il vient :

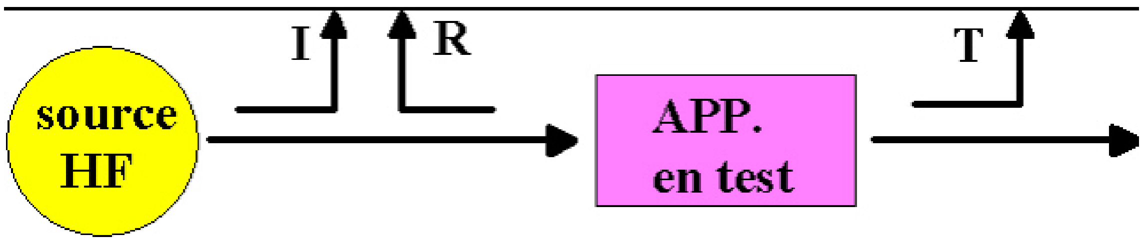
Matrice de dispersion

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ r_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} e_1 \\ e_2 \end{vmatrix}$$

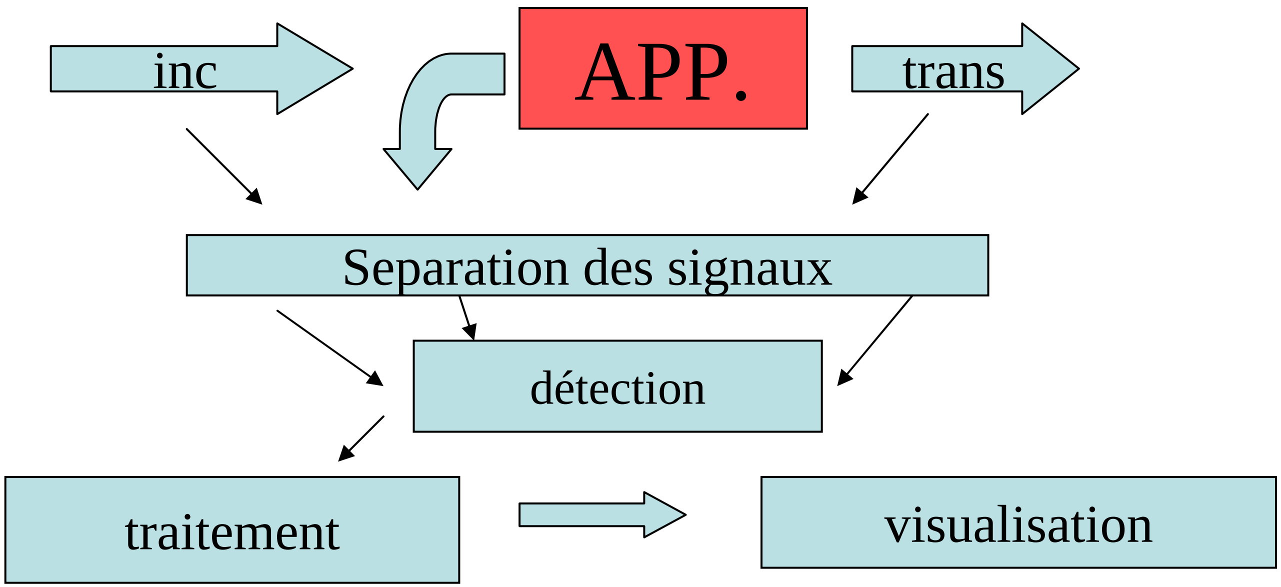
Sij est le coefficient de transmission en amplitude et phase du plan j au plan i
Sii est le coefficient de réflexion sur i de l'onde entrant en i
Si le dipole est passif : S12 = S12, passif sans perte S12 = S12 = 0
Si le dipole est réciproque S11 = S22

Analyseur de réseau scalaire ou vectoriel

L'analyseur est l'outil de base des mesures hyperfréquences



$$S_{11} = \frac{\vec{R}}{\vec{I}} \qquad S_{21} = \frac{\vec{T}}{\vec{I}}$$



Mesure de la fréquence de résonance

Modélisation d'une (ou de) cavité(s) résonante(s)

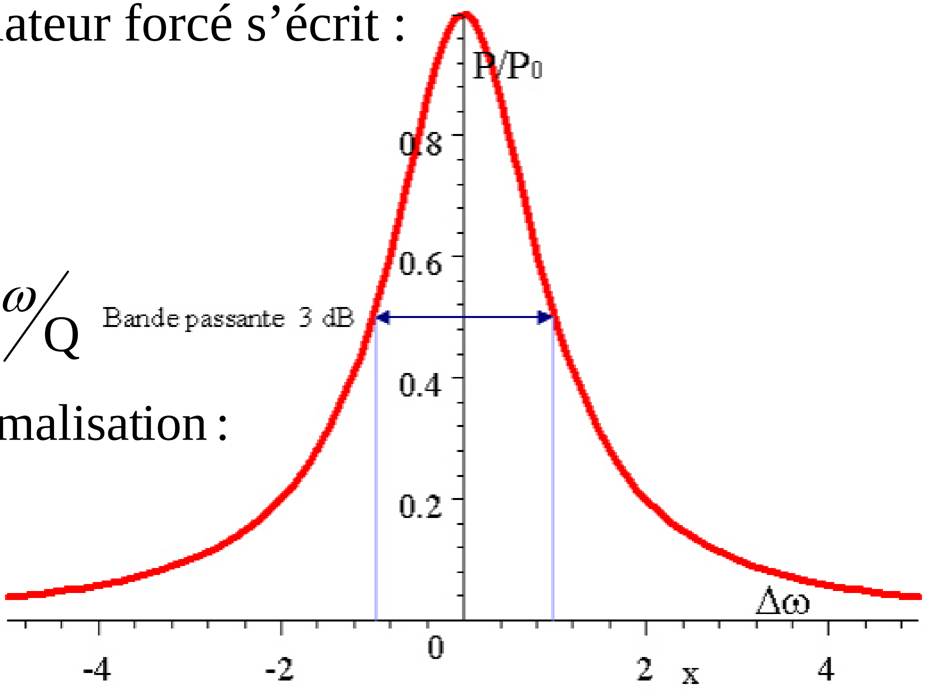
L'équation différentielle d'un oscillateur forcé s'écrit :

$$\frac{d^2E}{dt^2} + \alpha \frac{dE}{dt} + \omega^2 E = C \exp(j\omega t)$$

α est le coefficient d'attenuation $\alpha = \omega / Q$

avec : $\omega^2 = \omega^2 - \omega_s^2 = 2\omega\Delta\omega$ et normalisation :

$$E\,E^* = \boxed{\frac{1}{1+\left(1+\Delta\omega\dfrac{2Q}{\omega}\right)^2}}$$



Mesure de la fréquence de résonance

Le dispositif de mesure de la fréquence de résonance d'une cavité HF (au sens large) se ramène au schèma de la fig.1 en transmission, ou a ces deux premiers circuits en absortion

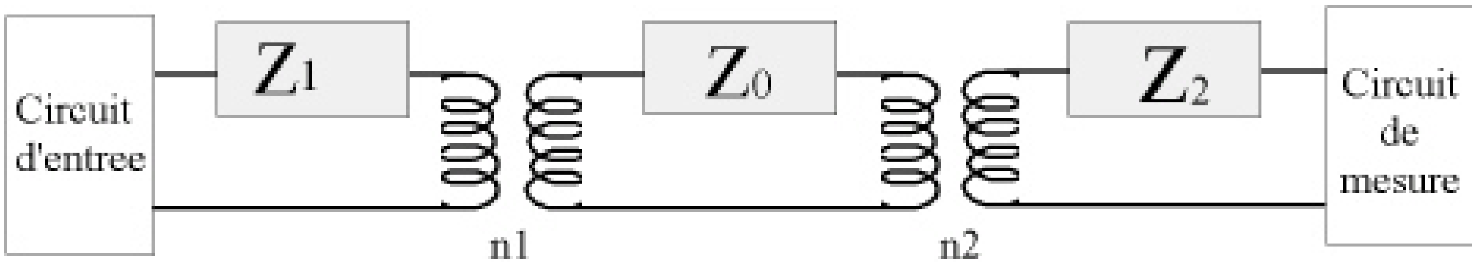


Fig.1

Le disposif reél peut être bien plus compliqué pour tenir compte des contraintes de mesure (grandeurs d'influences. Fig2

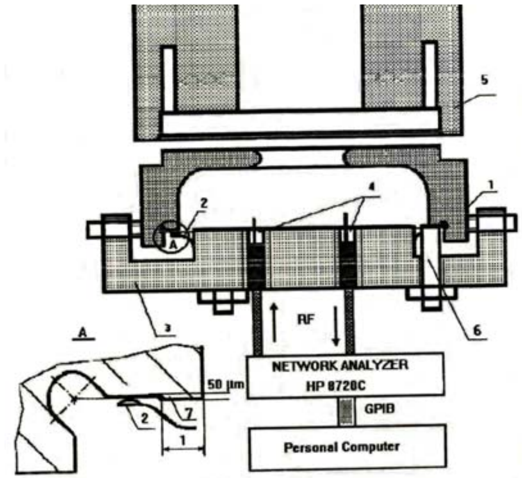


Fig.2

Mesure de la fréquence

i) Au maximum de la courbe de résonance en transmission ou au minimum en absortion :

(Incertitude à faible Q, penser au moyennage)

ii) Aux fréquences quadratiques (1/2 puissance)

$$f = (f_1 + f_2)/2$$

(incertitude minimum sur la mesure de $f_{1,2}$ la pente de $P = g(\omega)$ est maximum)

iii) Relevé de la courbe de résonance point par point, lissage par rapport à la courbe thèorique , calcul de f

(en cas de signal très bruité)

Mesure de la fréquence dans le cas d'un résonateur à surtension très élevée

Le facteur de qualité du résonateur peut être plus grand que celui de la source HF. Cas des cavités supra-conductrices où Q>10E9

Solution :
Exciter la cavité par un oscillateur en auto-oscillation ou verrouillé en phase (PLL)
L'incertitude de mesure est réduite à celle du fréquencemétre

Mesure du facteur de surtension en transmission (1)

Le facteur de surtension Q est défini comme le rapport de l'énergie E.M. à celui de l'énergie dissipée par pulsation w :
Ce rapport est sans dimension,
mais pas les grandeurs qui permettent
de calculer Q

$$Q_0 = \omega \frac{W_s}{P_j} = \omega \frac{\mu/2 \int_V H^2 dV}{R_s/2 \oint |H|^2 dS}$$

Le résonateur est relié au monde exterieur, une partie de l'E.M. s'échappe. On ne mesure pas Q_0 , mais le facteur de qualité en charge Q_c

$$\beta_c = Q_0 / Q_{ex}$$

Connaisant β, on peut calculer Q_0

$$Q_0 = Q_c (1 + \beta_c)$$

Mesure du facteur de surtension en transmission (2)

La procédure de mesure découle directement de l'expression réduite de la puissance en fonction de la fréquence.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \left(1 + \Delta\omega_{1/2}\frac{2Q}{\omega}\right)^2} \Rightarrow Q = \frac{\omega}{2\Delta\omega_{1/2}}$$

On mesure les valeurs des fréquences quadrantales (f à -3dB), soit directement si on utilise un analyseur, soit en réduisant de 3 dB l'atténuation du détecteur.

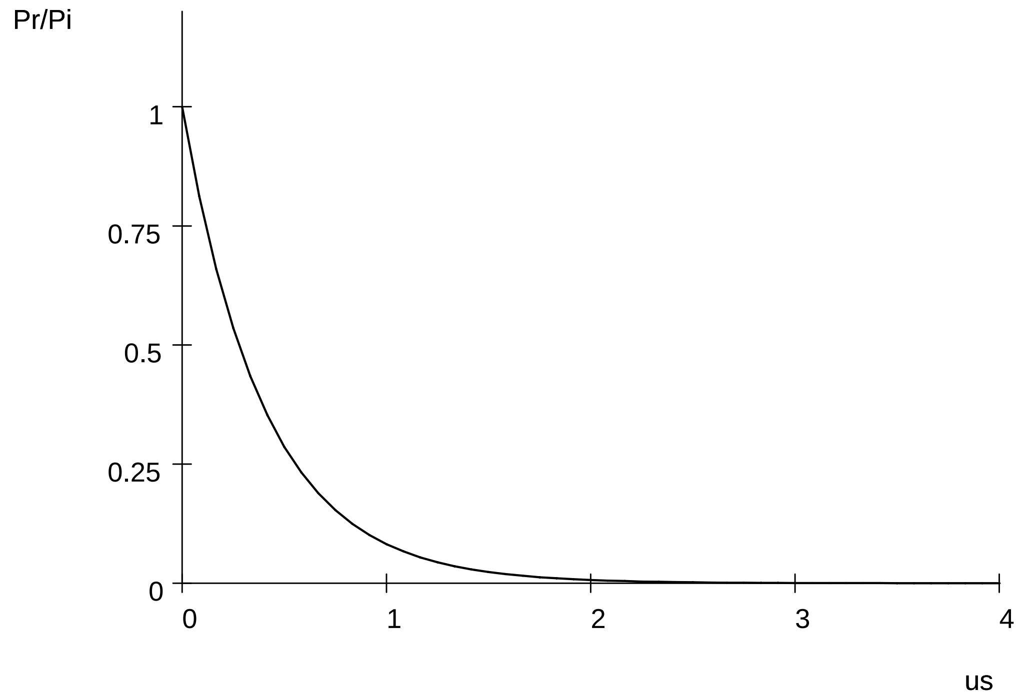
Attention cette procédure n'est pas applicable en absorbtion

Mesure du facteur de surtension dans le cas de très fort Q

La mèthode précédente se résume à la mesure des fréquences de résonance et quadrantales, elle est inopérante si Q est très élevé.)
Qc est obtenu par la mesure de la décroissance de l'énergie stockée en fonction du temps

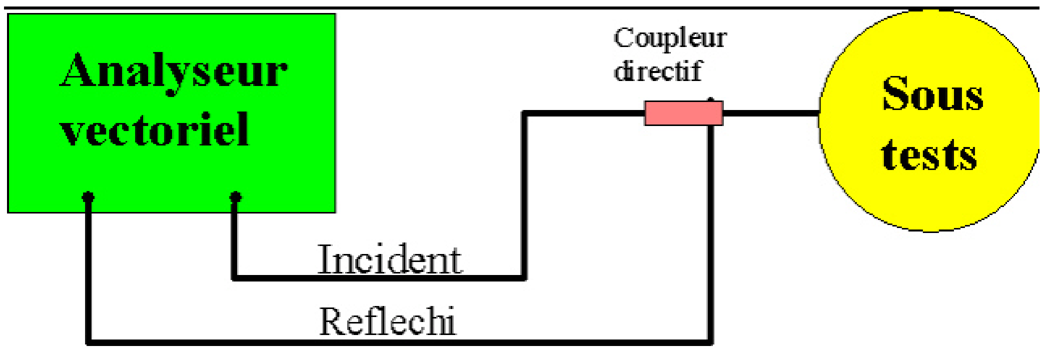
A la puissance moitié :

$$Q_c = \omega \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$$



Mesure du R.O.S
Paramètre S_{11}

Le rapport d'onde stationnaire R.O.S est très facilement obtenu en utilisant un analyseur scalair ou vectoriel



Le R.O.S a pour expression : $s = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$ avec $\Gamma = \frac{V_r}{V_i}$

S_{11} étant exprimé en dB : $\Gamma = 10^{-S_{11}/20}$

Mesure du R.O.S
Détermination du couplage

Le couplage d'une structure HF avec le monde exterieur est défini par :

$$\beta_c = \frac{\text{Puissance incidente}}{\text{Puissance dissipee}}$$

Avec : $\dfrac{P_r}{P_i} = \Gamma^2$

Le coefficient de couplage a pour expression :

$$\beta_+ = \frac{1+10^{\left(-S_{11}/10\right)}}{1-10^{\left(-S_{11}/10\right)}} \quad \text{et} \quad \beta_- = \frac{1+10^{\left(-S_{11}/10\right)}}{1-10^{\left(-S_{11}/10\right)}}$$

S11 étant exprimé en dB

La levée de l'incertitude sur les signes s'obtient en tracant l'abaque de SMITH

Détermination du couplage abaque de Smith (1)

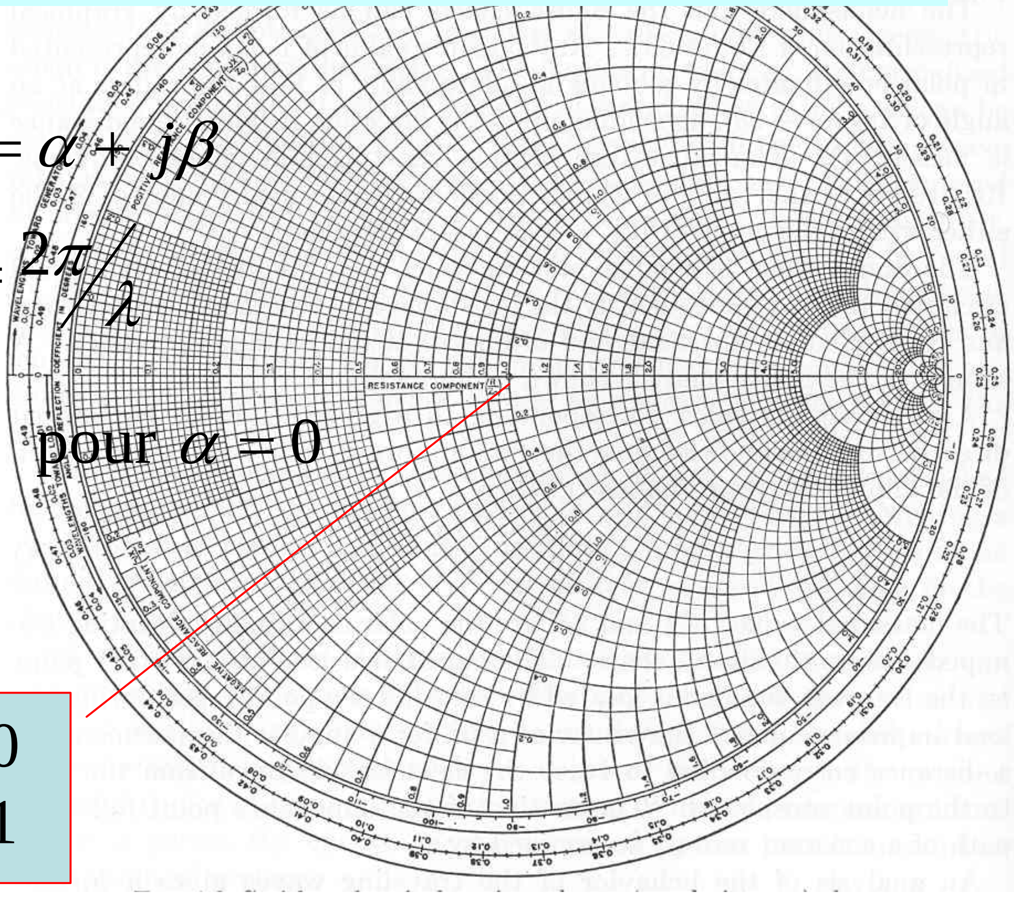
L'abaque de Smith est une représentation graphique du vecteur réduit de réflexion Γ.

$$V_i = a\exp(j\omega t)\exp(-\gamma l) \qquad \gamma = \alpha + j\beta$$

$$V_r = b\exp(j\omega t)\exp(\gamma l) \qquad \beta = 2\pi/\lambda$$

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = \Gamma_0 \exp\left(2\times j\frac{2\pi}{\lambda}l\right) \quad \text{pour } \alpha = 0$$

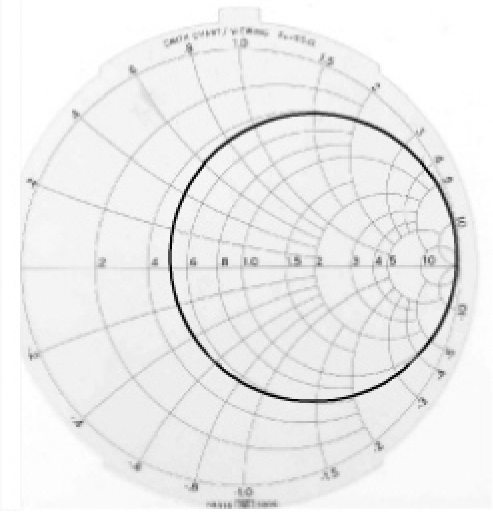
$$Z_0 = \frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0}$$



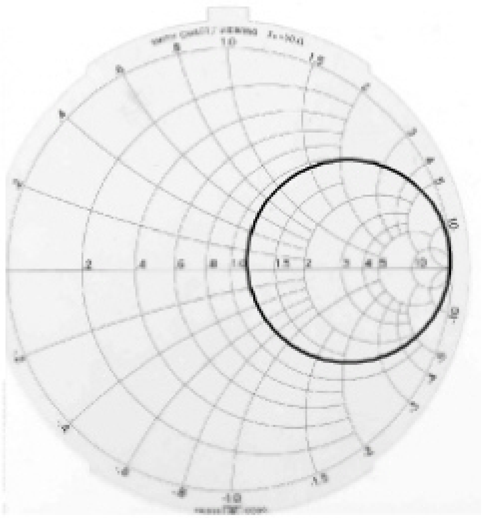
$\Gamma=0$

$\beta=1$

Détermination du couplage abaque de Smith (2)

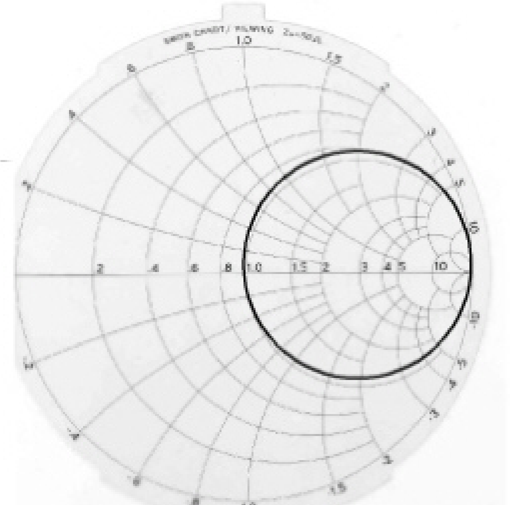


a



b

a) Sur couplé $\beta > 1$
b) Sous couplé $\beta < 1$
c) Couplage critique $\beta = 1$



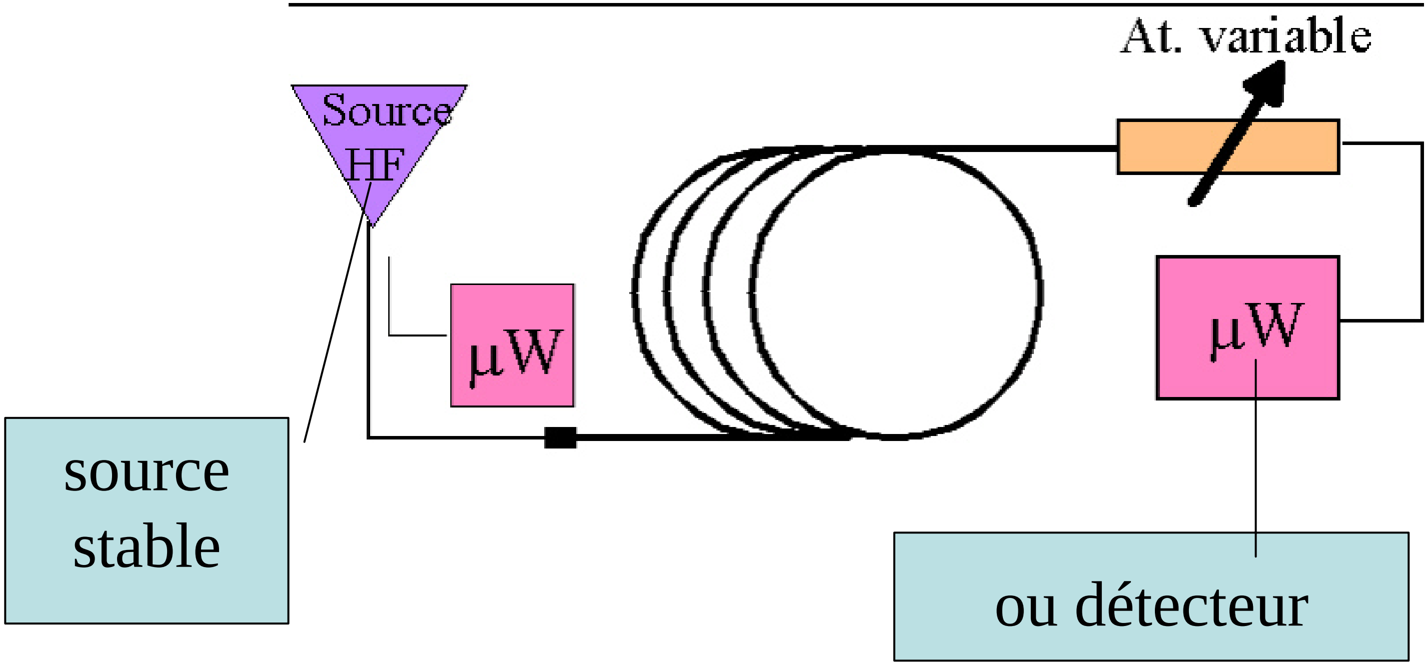
c

Atténuation

i) Analyseur : Paramétre S_{21} ou S_{12}

ii) Méthode de subtitution

ii) Utilisation d'un atténuateur variable de précision :



Puissance

Pour mesurer une puissance HF, on a le plus souvent recours à une chaîne d'atténuation (coupleurs, atténuateurs, filtre de bande,câble(s) de liaison

$$P = Ap$$

A est le <bras de levier> de l'atténuation, p la puissance mesurée

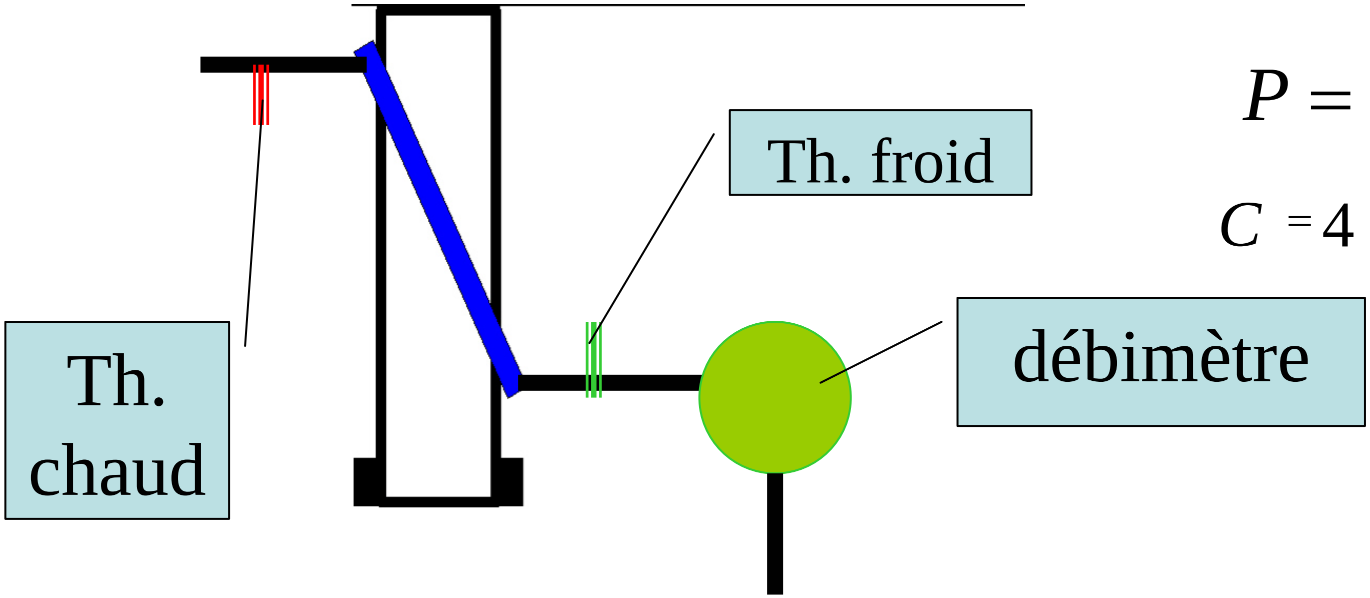
$$A = 10^{\sum + a_i}$$

Si a_i est l'atténuation de l'élément i exprimé en dB

Budget des incertitudes difficile ! Penser à une méthode de subtitution ou à l'introduction d'un atténuateur variable

En régime pulsé, introduire le facteur de forme, si l'on ne dispose pas d'un µ wattmétre de crête

Puissance: Méth. calorimètrique



$$P = q \times C \times \Delta t$$

$$C = 4{,}2\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Mesure des températures : Très bonne précision
Mesure du débit : précision médiocre
Limiter les échanges thermiques avec l’extérieur
Adaptation : peut varier avec T
Mesure <tout>
Indépendant de la forme de l’impulsion -> facteur de forme

Mesure des champs E.M. par la méthode de perturbation (1)

La méthode de perturbation permet de mesurer l'amplitude relative et la phase du champ électrique et/ou magnétique d'une structure H F

Théorème de Boltzmann-Ehrenfest :
Si l'état d'un système oscillant est changé adiabatiquement, le produit de la période par la moyenne temporelle de l'énergie stockée est constant.

$$\omega = \frac{1}{4\langle W_{em}\rangle} C^{te} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{dW_{em}}{4\langle W_{em}\rangle}$$

Autre façon de voir :

$$Q = \omega \frac{W_{em}}{P_j} \qquad \frac{dQ}{Q} = \frac{d\omega}{\omega} + \frac{dW_{em}}{W_{em}} - \frac{dP_j}{P_j}$$

avec nos hypotheses :

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega} = -\frac{dW_{em}}{W_{em}}$$

Méthode de perturbation (2) énergie stockée (rappel)

Dans un résonateur E.M :
Energie électrique stockée = énergie magnétique stockée

$$W_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 \quad = \quad W_m = \frac{1}{2}\mu_0 \mu_r H^2$$

Constantes réparties

$$W_e = \frac{1}{2} C\, U^2 \quad = \quad W_m = \frac{1}{2} L\, I^2$$

Méthode de perturbation (3)
objet perturbant

La perturbation des champs est apportée par un petit objet qui peut être soit diélectrique, soit conducteur (on n'envisage pas le cas d'objets magnétiques

Exemple d'objet : la sphère

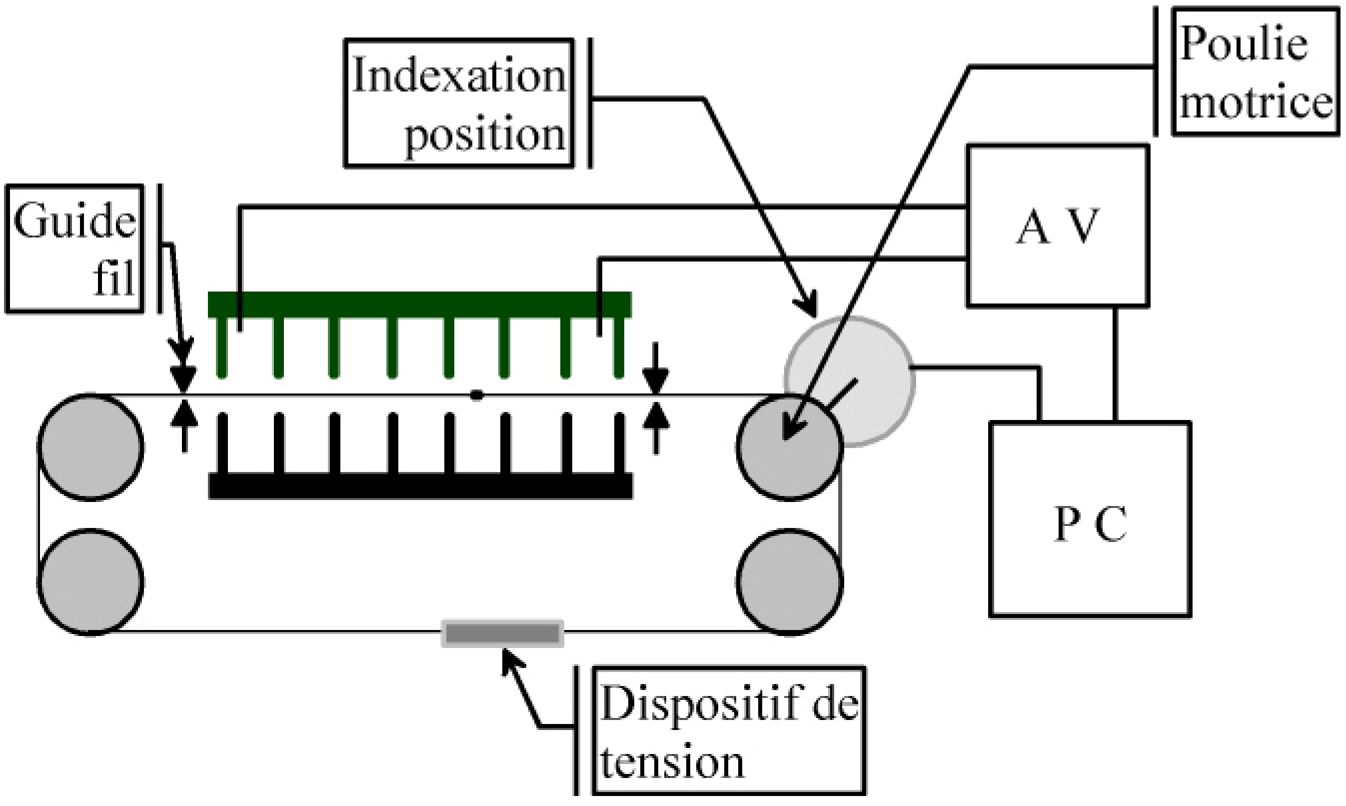
$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\pi r^3 \left[\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_0} \right) \varepsilon_0 E^2 + \left(-\frac{\mu_1 - \mu_0}{\mu_1 + 2\mu_0} \right) \mu_0 H^2 \right] \left(\frac{1}{\langle W_{em} \rangle} \right)$$

(formule de Bethe et Schwinger)

Sphére diélectrique : $\mu_1 = \mu_0$ Exploration électrique

Sphére conductrice : $\varepsilon_1 = \infty \quad \mu_1 = 0$ Exploration électrique et magnétique

Méthode de perturbation (4) dispositif experimental

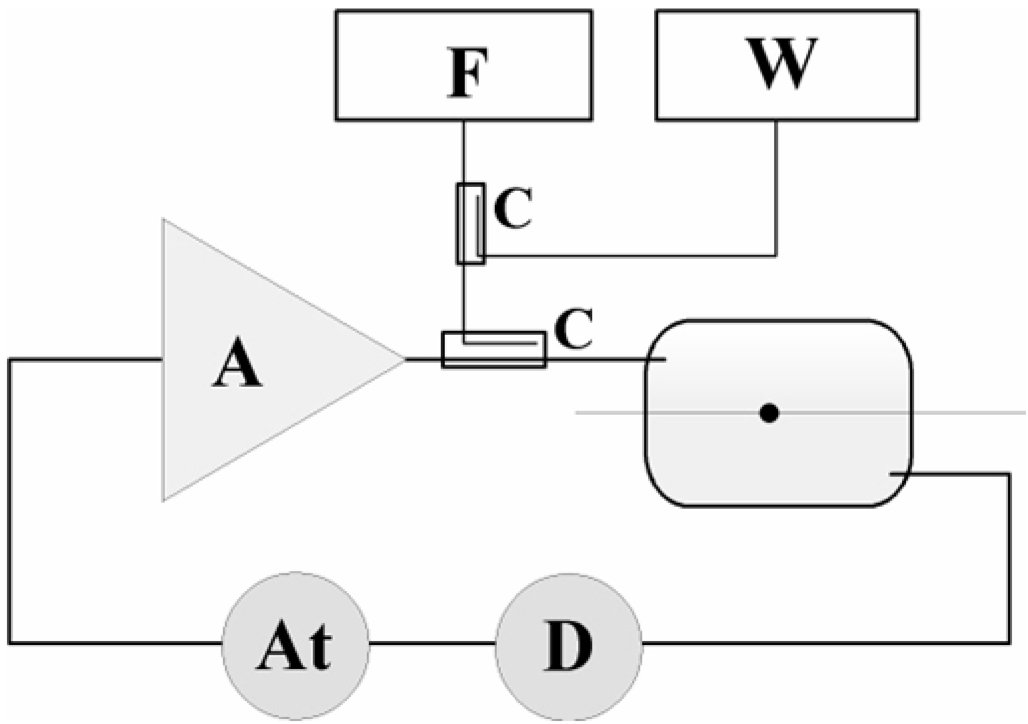


Méthode de perturbation (5) mesures

<u>Ondes stationnaires</u> :

Mesure en oscillations libres

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta f}{f} = k\,E^{2}$$



Méthode de perturbation (6)
mesures

<u>Onde progressive</u>:
Mesure en transmission

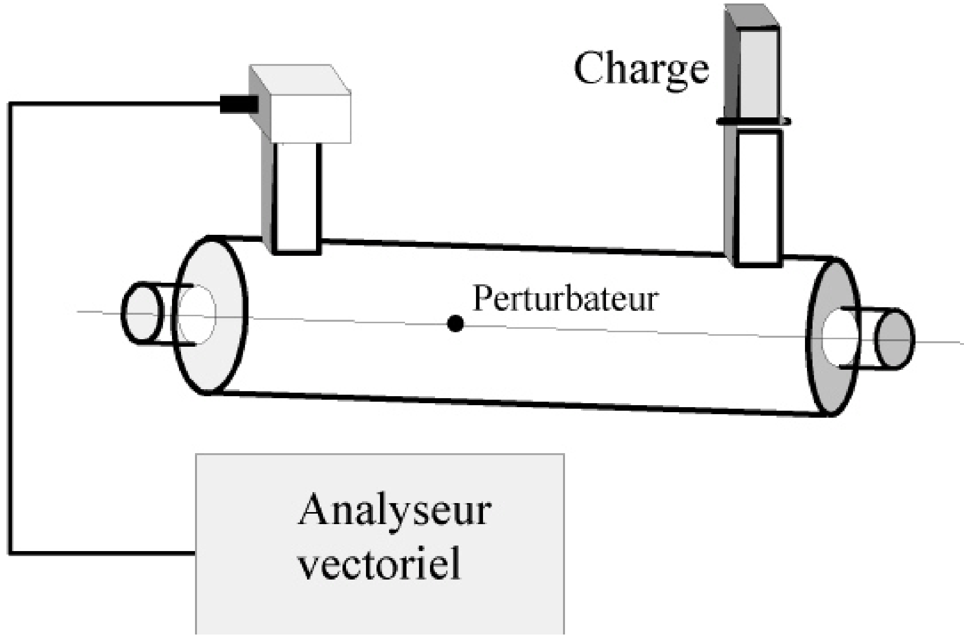
$$z = 1 + jb/a \qquad \Gamma = \frac{V_r}{V_i} = \frac{z-1}{z+1}$$

$$\Gamma = \frac{jb/a}{2 + j\,{}^{b}\!/_{a}} \qquad |\Gamma| = \frac{b/a}{\sqrt{4 + b/a}}$$

$$b/a \text{ petit} \Rightarrow |\Delta\Gamma| \approx \frac{1}{2}\left[\Delta(b/a)\right]$$

$$|\Delta\Gamma| = \left|\Gamma - \Gamma_0\right| = -k'\varepsilon_0 \int E^2 dv$$

$$\text{si } \Gamma_0 = 0 \Rightarrow |\Gamma| = k E^2$$



Méthode de perturbation (7) phase et atténuation

Phase :

$$\frac{\vec{V}_r}{|V_i|} = k E_z^2 e^{j(2\varphi_z - \varphi_0)} \Rightarrow \phi_r = 2\varphi_z$$

Attenuation (O.P.)

$$A_z = k \frac{E_0^2 e^{-(\alpha_{12} z + \alpha_{21} z)}}{P_0 e^{-(2\alpha_{12} z)}}$$

structure $A_z = k \dfrac{E_0^2 e^{-(\alpha_{12} z + \alpha_{21} z)}}{P_0 e^{-(2\alpha_{12} z)}}$

structure reciproque : $\alpha_{12} = \alpha_{21}$

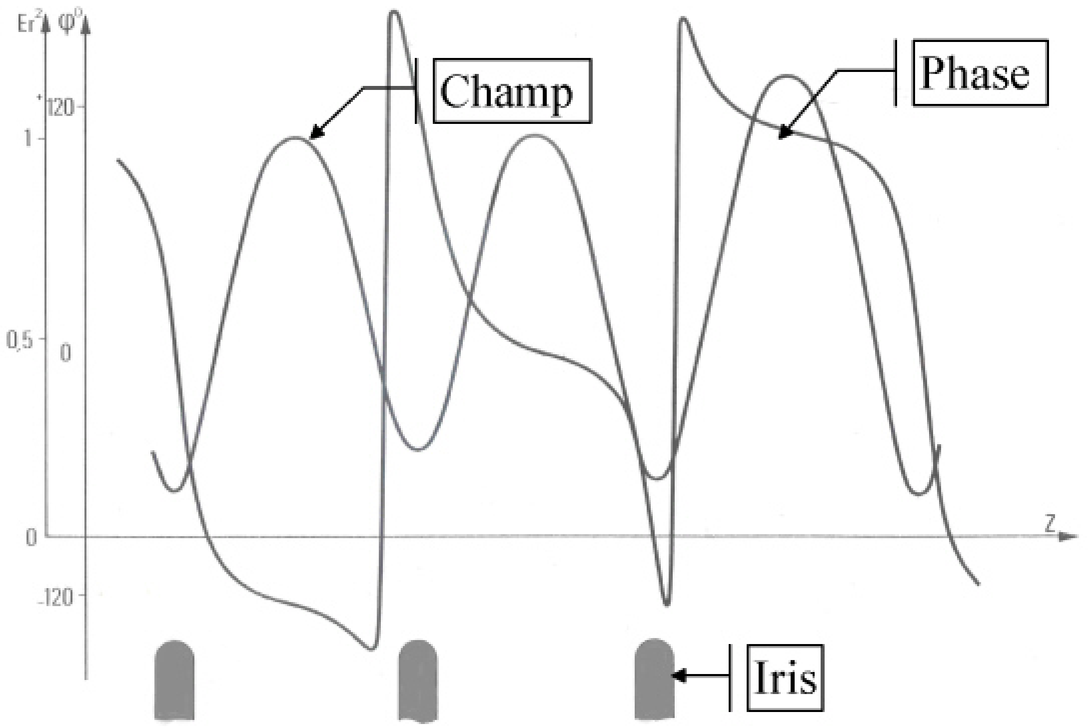
$A_z = k \dfrac{E_z^2}{P_0} = k E_z^2$ reciproque : $\alpha_{12} = \alpha_{21}$

$$A_z = k \frac{E_z^2}{P_0} = k E_z^2$$

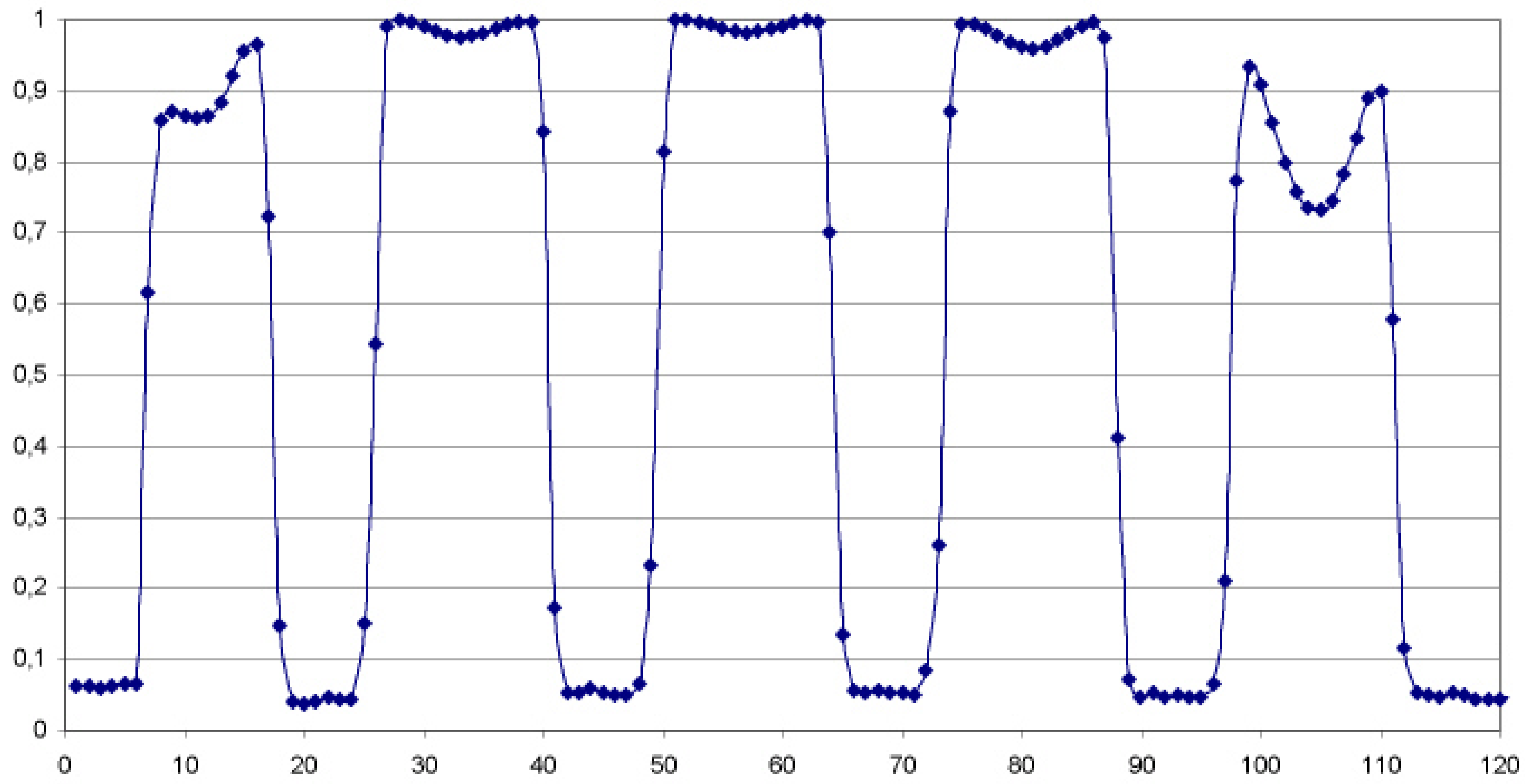
En O.P. :

$$\Gamma = k E^2 e^{j(2\varphi_z)}$$

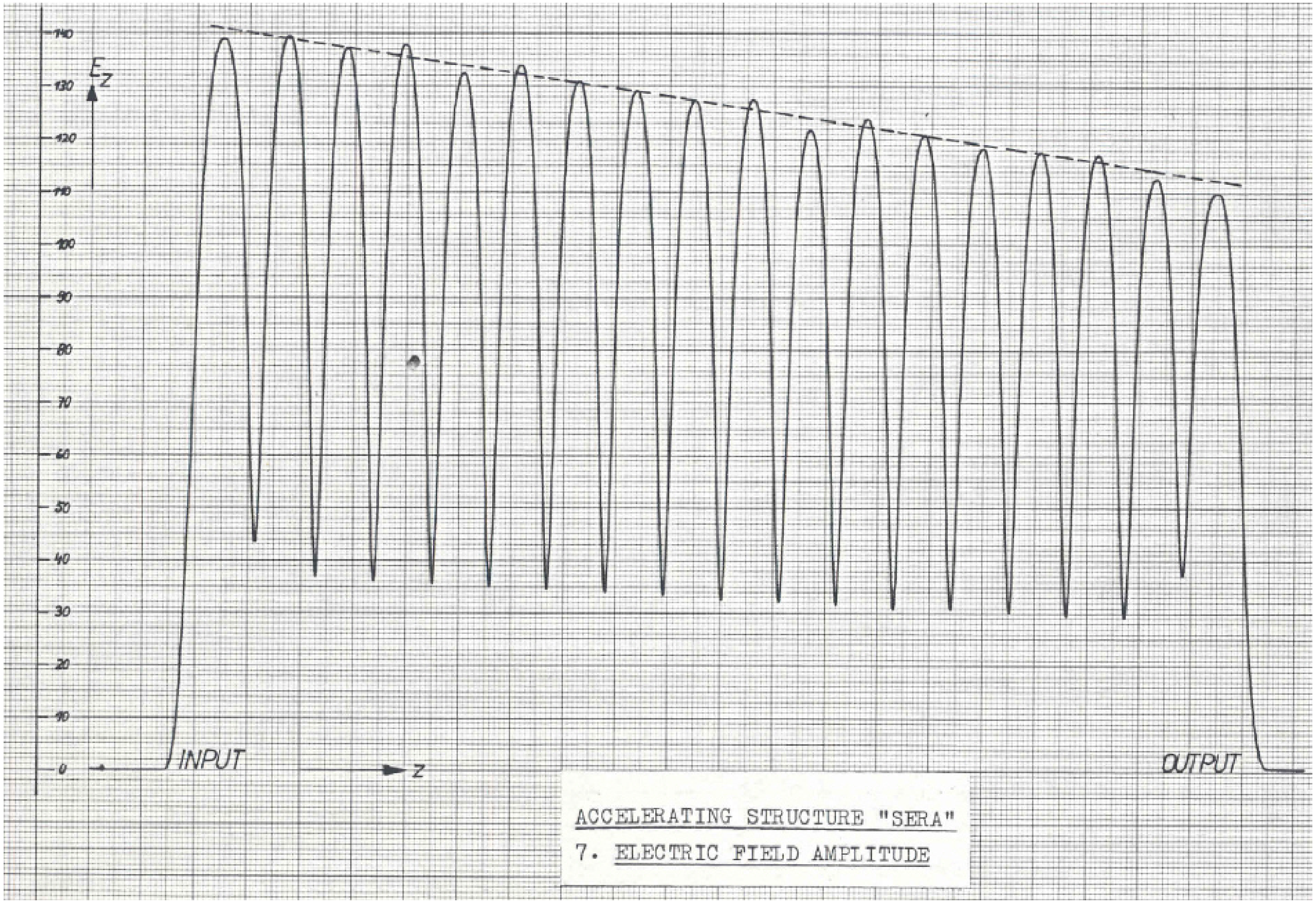
Méthode de perturbation (8) exemple champ E / phase



Méthode de perturbation (9)
exemple O.S.



Méthode de perturbation (10) exemple O.P.



Corrections d’ambiance

a) Correction de permittivité
   (pression , humidité)

b) Correction de température

Permittivité (1)

La fréquence de résonance d'une cavité peut se mettre sous la forme

$$f = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\frac{1}{\Omega}$$

Ω dépend uniquement du mode et des dimensions du résonateur

$$f_p = \left[f_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \right] \times C^{te}$$

Au premier ordre :

$$f_p = f_0 \left(1 - \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_r \right)$$

Permittivité (2)

Air sec, valeur de (εr-1):

$$\left(\varepsilon_{r,air\,\mathrm{sec}} - 1\right) = \sum \frac{p_i}{T} c_i$$

Vapeur d’eau, molécule dipôlaire -> loi de Debye

$$\left(\varepsilon_{r,vap} - 1\right) = \frac{p_{vap}}{T} A\left(1 + \frac{B}{T}\right)$$

A: contribution de la pôlarisation

B: monent électrique dépend de la fréquence

Pvap: pression partielle de la vapeur d’eau

Permittivité (3)

Constante diélectrique de l'air :

$$\left(\varepsilon_r - 1\right) = \frac{1}{T}\left[\sum p_i c_i + p_{vap}\left(1 + \frac{B}{T}\right)\right]$$

Formule de Strickland :

$$\left(\varepsilon_r - 1\right) = \frac{1}{T}\left[210\ p_{air} + 180\left(1 + \frac{5580}{T}\right) p_{vap}\right]$$

Applicable en bande S

Permittivité (4)

Passage VIDE -> AIR :

$$\Delta f_{vide \to air} = -\frac{1}{2} f_{vide} \times \left(666{,}5\ 10^{-6}\right) \approx -0{,}33\ 10^{-3} f_{vide}$$

En bande S (3 GHz) : -1 MHz Experimentale : -932 +/- 50 kHz

	Δf	Unit.	Δ	Unit
Pres.atm	-1	kHz	Pa-760	Torr
Hum. relat	-3	kHz	Hr-60	%

Fréquence en fonction de la température

La fréquence de résonance d'une cavité en fonction de la température dépent uniquement du terme Ω

$$\frac{df}{f} = -\frac{d\Omega}{\Omega}$$

A mode donné, Ω est uniquement fonction des dimensions du résonateur

Principe d'homothétie : Si l'on multiplie par η toutes les dimensions d'un résonateur, sa fréquence propre est divisée par η

Température (1)

Pour une variation de température ΔT =T-T0, les dimensions l d'une cavité construite dans un matériau homogéne prennent pour valeurs :

$$l_T = l_0\left(1+\nu\Delta T\right)$$

ι est le coefficient de dilatation linéïque, ce qui conduit à :

$$f_T = f_0\left(1-\nu\Delta T\right)$$

Température (3) exemple

Résonateur en cuivre 3 GHz, passage de 20 ºC à 30 ºC :

Pour le cuivre (au tour de 20 ºC) υ = 1,67 E-5

$$\Delta f = 2998{,}55 \times \left(1{,}67\ 10^{-5} \times \left(20 - 30\right)\right) = -0{,}5\ \text{MHz}$$

D'ou la fréquence corrigée

$$f_{corrige} = f_{mesure} - 0{,}5\ en\ \text{MHz}$$

16,3 kHz /GHz/ ºC